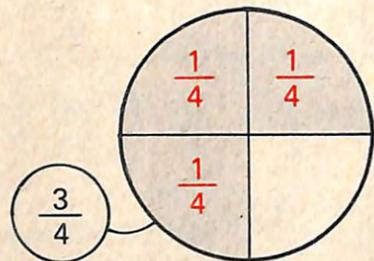
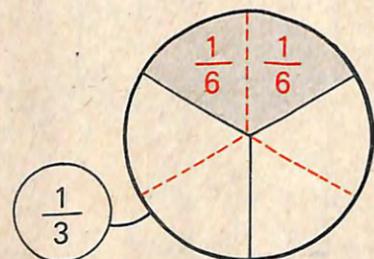
1. Observe e complete

a) Quantas vezes $\frac{1}{4}$ está em $\frac{3}{4}$? Está $\boxed{3}$ vezes.

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ — $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \boxed{3}$ mas $\frac{3}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$

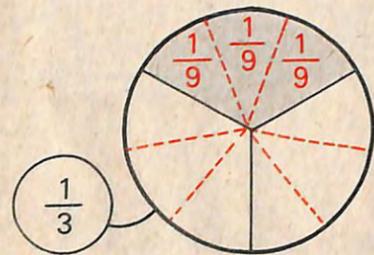
Então: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{1}$

b) Quantas vezes $\frac{1}{6}$ está em $\frac{1}{3}$? Está $\boxed{2}$ vezes.

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ — $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \boxed{2}$ mas $\frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = \boxed{2}$

Então: $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1}$

c) Quantas vezes $\frac{1}{9}$ está em $\frac{1}{3}$? Está $\boxed{}$ vezes.

$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ — $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = \boxed{}$ mas $\frac{1}{3} \times \frac{9}{1} = \text{—} = \boxed{}$

Então: $\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{3} \times \text{—}$

d) Concluímos que

Para se dividir uma fração por outra, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda.

Divisão de frações. Iniciamos mostrando que, graficamente, $\frac{3}{4}$ divididos em pedaços de $\frac{1}{4}$ resulta 3 pedaços. Como $\frac{3}{4} \times \frac{4}{1}$ também resulta 3, então $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} = 3$. É uma forma de justificar que para se dividir uma fração por outra, conserva-se a primeira fração que se multiplica pelo inverso da segunda fração. Não é a justificativa ideal, mas ajuda.

1. Efetue as divisões, simplificando os resultados quando for possível

a) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = \text{—}$

b) $\frac{5}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} = \text{—} = \frac{\div 2}{\div 2} = \text{—}$

c) $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \times \text{—} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

d) $\frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \text{—} \times \text{—} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

e) $\frac{5}{3} \div \frac{2}{9} = \text{—} \times \text{—} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

f) $1\frac{1}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \text{—} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

2. Efetue

a) $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2} =$

b) $\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} =$

c) $\frac{6}{5} \div \frac{12}{15} =$

d) $1\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} =$

e) $\frac{6}{9} \div \frac{2}{3} =$

f) $\frac{15}{8} \div 1\frac{1}{4} =$

Exercícios de divisão de frações. Cálculo numérico simples. Quando houver números mistos, transformam-se estes em frações impróprias antes de efetuar a divisão.

1. Efetue em seu caderno

Grupo I

a) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{3}{3}$

c) $\frac{7}{5}-\frac{2}{5}$

d) $\frac{4}{6}-\frac{1}{6}$

e) $2+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$

f) $3-\frac{2}{7}$

g) $\frac{1}{2}-\frac{5}{4}$

h) $2+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

Grupo II

a) $1\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$

b) $1\frac{1}{4}-\frac{1}{3}$

c) $3+2\frac{1}{5}+\frac{1}{4}$

d) $2\frac{2}{5}-1\frac{2}{3}$

e) $3\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}$

f) $\frac{2}{5}+2\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$

g) $2\frac{3}{4}-1\frac{2}{5}$

h) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

Grupo III

a) $\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{4}\times 3\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}\div 2$

d) $\frac{1}{3}\div\frac{5}{3}$

e) $\frac{1}{7}\times 7\times\frac{8}{3}$

f) $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$

g) $\frac{2}{8}\div\frac{8}{3}$

h) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}$

Grupo IV

a) $4\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{10}{2}$

b) $1\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}\times\frac{14}{3}$

c) $1\frac{1}{6}\div\frac{2}{5}$

d) $2\frac{1}{8}\div 1\frac{1}{9}$

e) $\frac{2}{7}\div 2\frac{1}{6}$

f) $1\frac{1}{3}\times 2\times 1\frac{1}{5}$

g) $3\frac{1}{9}\div 2$

h) $1\frac{1}{8}\times 3\times 2\frac{1}{5}$

Exercícios de fixação. Cálculos numéricos simples para fixação.

Problemas Fracionários

Três quintos do comprimento de um quintal medem 75 metros.
Qual o comprimento do quintal todo?

$\frac{2}{5}\longrightarrow$ 75 metros

$\frac{1}{5}\longrightarrow 75\div 3=$ ....

Cálculos:

75 |3
....

....
× ....
[ ]

Quintal todo: $\frac{\text{..........}}{\text{..........}}$ → .... × .... = [ ]

Resposta: O comprimento do quintal é de [ ] metros.

1. Um rolo de barbante tem 252 metros. Foram usados $\frac{2}{3}$ do rolo. Quantos metros de barbante foram usados?

2. Um quilo de queijo custa Cr$ 360,00. Quanto custam $\frac{2}{5}$ de quilo?

3. Os $\frac{2}{9}$ dos habitantes de um bairro correspondem a 488 pessoas. Quantos habitantes tem o bairro?

4. Em um tanque havia 280 litros de água. Quantos litros há, se gastaram $\frac{3}{7}$ da água?

5. Paguei por um quilo de fruta Cr$ 150,00. Quanto pagaria por $3\frac{1}{2}$ quilos?

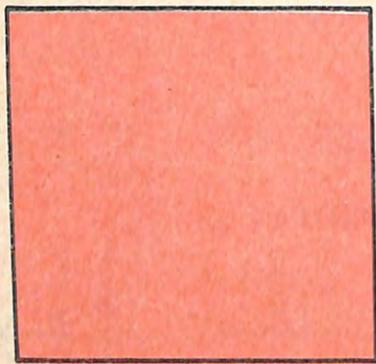
6. Dois terços de uma caixa de chocolate custam Cr$ 240,00. Quanto custa a caixa toda?

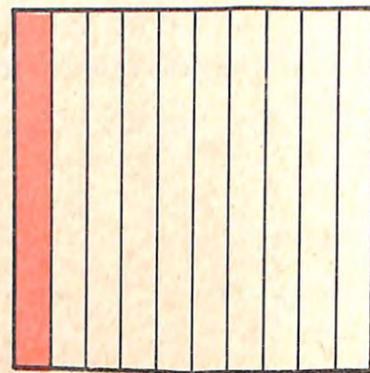
7. Um dicionário tem 854 páginas. Quantas páginas tem um livro que tem $\frac{2}{7}$ das páginas do dicionário?

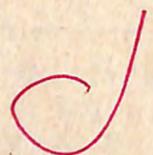
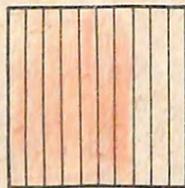
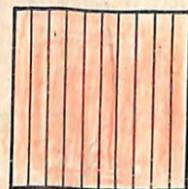
8. O caminho da minha casa até a escola tem 630 metros. Eu andei $\frac{2}{3}$ do caminho. Quantos metros faltam para eu chegar à escola?

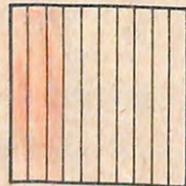
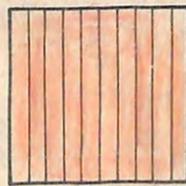
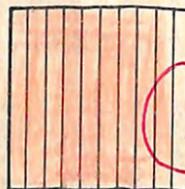
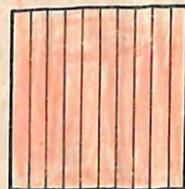
9. Com $\frac{4}{7}$ de Cr$ 840,00 eu comprei dois brinquedos. Quanto paguei cada brinquedo?

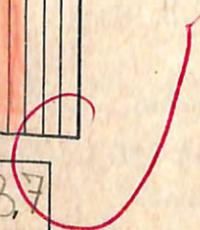
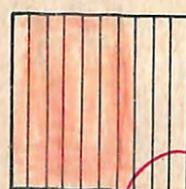
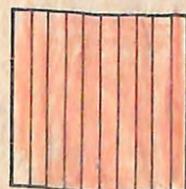
10. Paguei Cr$ 1500,00 por $\frac{3}{5}$ de uma peça de tecido. Quanto pagarei se tivesse comprado $\frac{2}{5}$ da peça toda?

Problemas fracionários. Para resolver no caderno do aluno.

Números decimais

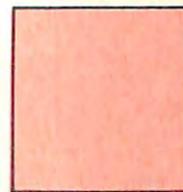
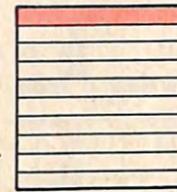
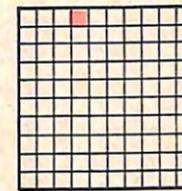
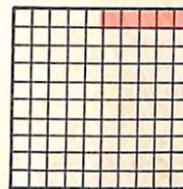
1

$\frac{1}{10} = 0,1$

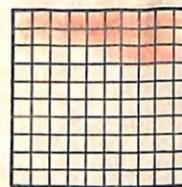
1. Pinte e complete

a) $\frac{7}{10}$ = 0 inteiros e 7 décimos = 0,7

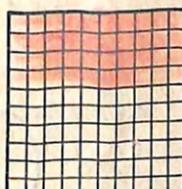
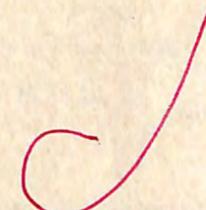
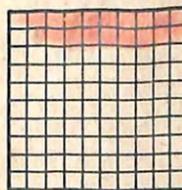
b) $\frac{10}{10}$ = ...1... inteiros e ...0... décimos = 1,0

c) $\frac{13}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10}$ = 1 inteiro e 3 décimos = 1,3

d) $\frac{19}{10}$ = ...1... inteiro e ...9... décimos = 1,9

e) $\frac{37}{10} = \frac{30}{10} + \frac{7}{10}$ = ...3... inteiros e ...7... décimos = 3,7

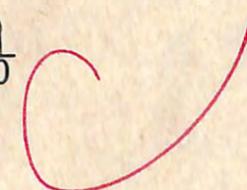
Números decimais. Note que $\frac{1}{10}$ e 0,1 são formas diferentes de representar o mesmo número. São meras convenções. Daí decorre a regra: "Para se transformar a fração decimal $\frac{3}{10}$ em número decimal, basta dar ao numerador (3) tantas casas decimais quantos são os zeros do denominador (0,3)".

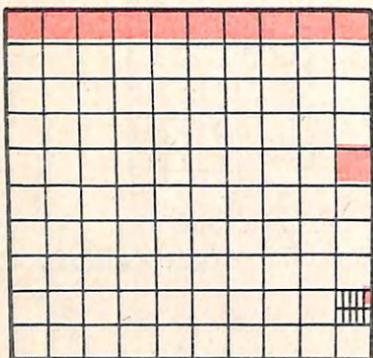
Os Centésimos

Um inteiro — 1

Um décimo — $\frac{1}{10}$ ou 0,1

Um centésimo — $\frac{1}{100}$ ou 0,01

Pinte $\frac{1}{100} + \frac{4}{100} = \frac{5}{100}$

Você pintou 0,05

Pinte $\frac{2}{10} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100}$

Você pintou 0,25

Pinte $\frac{3}{10} + \frac{10}{100} = \frac{4}{10}$

Você pintou 0,4

Pinte $\frac{1}{10} + \frac{9}{100} = \frac{19}{100}$

Você pintou 0,19

Os Centésimos. Relacionar $\frac{5}{100}$ com 0,05 ou $\frac{2}{10}$ com $\frac{20}{100}$ é o objetivo. Estas atividades devem ser reforçadas na lousa e no caderno do aluno. Aqui são apenas modelos.

Os Milésimos

Está pintado $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000} = 0,1$

Está pintado $\frac{1}{100} = \frac{10}{1000} = 0,01$

Está pintado $\frac{1}{1000} = 0,001$

$\frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = 1$

1. Escreva na forma decimal

a) $\frac{8}{1000} = 0,008$

b) $\frac{123}{1000} = \frac{100}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{3}{1000} =$
$\frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} = 0,123$

c) $\frac{1048}{1000} = \frac{1000}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{8}{1000}$
$1 + \frac{4}{100} + \frac{8}{1000} = 1,048$

d) $\frac{32}{1000} = \frac{30}{1000} + \frac{2}{1000}$
$= \frac{3}{100} + \frac{2}{1000} = 0,032$

e) $\frac{420}{1000} = \frac{400}{1000} + \frac{20}{1000}$
$\frac{4}{10} + \frac{2}{100} = 0,420$

f) $\frac{32728}{1000} = 32 + \frac{700}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{8}{1000}$
$32 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000} = 32,728$

2. Escreva na forma fracionária

a) $0,028 = \frac{28}{1000}$

b) $0,14 = \frac{14}{100}$

c) $1,321 = \frac{1321}{1000}$

d) $0,007 = \frac{7}{1000}$

e) $0,4 = \frac{4}{10}$

f) $0,805 = \frac{805}{1000}$

Os Milésimos. O aluno deve adquirir familiaridade entre 0,008 e $\frac{8}{1000}$ e outros. Por essa razão estes exercícios são modelos e sugestões que devem ser reforçadas.

Números decimais

1. Preencha a tabela abaixo

	Parte inteira			Parte decimal		
	C	D	U	d	c	m
1,38			1	3	8	
12,043		1	2	0	4	3
123,008	1	2	3	0	0	8
0,19			0	1	9	
7,532			7	5	3	2
147,958	1	4	7	9	5	8

2. Escreva os números abaixo de diferentes maneiras, como mostra o exemplo

a) $28,42 = 20 + 8 + 0,4 + 0,02$
$28,42 = 28 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100}$
$28,42 = 28 + \frac{42}{100}$

b) $4,921 = 4 + 0,9 + 0,02 + 0,001$
$4,921 = 4 + \frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000}$
$4,921 = 4 + \frac{921}{1000}$

c) $0,437 = 0,4 + 0,03 + 0,007$
$0,437 = \frac{4}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000}$
$0,437 = \frac{437}{1000}$

d) $35,78 = 30 + 5 + 0,7 + 0,08$
$35,78 = 35 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$
$35,78 = 35 + \frac{78}{100}$

3. Assinale a maior

a) 0,38 (0,384) 0,3

b) 1,07 1,072 (1,078)

c) (0,04) (0,04) 0,004

d) (1,3) 1,03 1,003

4. Escreva na ordem crescente

a) 0,7 0,71 0,701

0,7 < 0,701 < 0,71

b) 1,83 18,3 0,183

0,183 < 1,83 < 18,3

Exercícios com decimais. Exercícios de escrita e leitura, com aplicações à linguagem oral. Vale a pena que o aluno leia em voz alta coisas do tipo: 1,38 = "um inteiro, três décimos e oito centésimos" ou "um inteiro e trinta e oito centésimos".

Adição de números decimais

0,3 + 0,4 = 0,7

u	déc
0 ,	3
+ 0 ,	4
0 ,	7

2 + 0,3 + 0,12 = 2,42

u	déc	cent
2 ,	0	0
0 ,	3	0
+ 0 ,	1	2
2 ,	4	2

1. Calcule

a) 0,12 + 2,1 = 2,22

0,12
+ 2,10
2,22

b) 15 + 0,3 = 15,3

15,0
+ 0,3
15,3

c) 1,4 + 0,36 = 1,76

1,4
+ 0,36
1,76

d) 6 + 0,3 + 0,15 = 6,45

6,00
0,30
+ 0,15
6,45

e) 4 + 0,219 + 0,01 = 4,229

4,0
0,219
0,01
4,229

f) 0,9 + 0,53 + 0,02 = 1,45

0,9
+ 0,53
0,02
1,45

2. Efetue no seu caderno

a) 0,5 + 0,12 + 2,33
b) 2,298 + 1,13 + 4
c) 0,13 + 2,49 + 1,88
d) 3 + 1,4 + 0,48 + 1,234
e) 18,6 + 0,8 + 1,48 + 3
f) 1,5 + 1,12 + 0,123 + 5
g) 0,121 + 10,228 + 5
h) 16 + 1,7 + 4,12
i) 12 + 0,3 + 0,133

Adição de números decimais. Restringimos as operações apenas à forma decimal. Convém exigir todos os exercícios

Subtração de números decimais

2,5 − 0,5 = 2,0

u	déc
2 ,	5
− 0 ,	5
2 ,	0

7,9 − 5,12 = 2,78

u	déc	cent
7 ,	9	0
− 5 ,	1	2
2 ,	7	8

1. Calcule

a) 3 − 0,15 = 2,85

3,00
− 0,15
2,85

b) 4,1 − 2,14 = 1,96

4,10
− 2,14
1,96

c) 4,2 − 1,313 = 2,887

4,200
− 1,313
2,887

d) 4 − 1,53 = 2,47

4,00
− 1,53
2,47

e) 6 − 0,9 = 5,1

6,0
− 0,9
5,1

f) 15,2 − 14,567 = 3,063

15,200
− 14,567
00,633

2. Efetue no seu caderno

a) 0,5 − 0,12
b) 3 − 2,48
c) 4,5 − 2,15
d) 7,65 − 5,637
e) 6,652 − 3,953
f) (1,95 + 3,6) − 3,72
g) (9,29 − 6,312) + 1,15
h) (2,7 + 3,12 + 0,212) − 4,132
i) (25,75 − 12,149) + 6,1
j) (4 − 0,35) − 3,173

Subtração de números decimais. Exercícios com subtração e também reforçando a adição.

Multiplicação de números decimais

Veja

$2{,}1 \times 4 = \frac{21}{10} \times 4 = \frac{84}{10} = 8{,}4$

1 casa decimal → 1 casa decimal

$$\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ 4 \\ \hline 8{,}4 \end{array}$$

$2{,}1 \times 0{,}4 = \frac{21}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{84}{100} = 0{,}84$

2 casas decimais → 2 casas decimais

$$\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}84 \end{array}$$

$0{,}21 \times 0{,}4 = \frac{21}{100} \times \frac{4}{10} = \frac{84}{1000} = 0{,}084$

3 casas decimais → 3 casas decimais

$$\begin{array}{r} 0{,}21 \\ \times\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}084 \end{array}$$

1. Efetue as multiplicações

a) $0{,}4 \times 2$

b) $1{,}3 \times 7$

c) $0{,}14 \times 8$

e) $1{,}7 \times 0{,}8$

d) $0{,}93 \times 0{,}6$

f) $0{,}147 \times 6$

Multiplicação de números decimais. A multiplicação $2{,}1 \times 4$, se baseia em $\frac{21}{10} \times 4$. Logo se obtém $\frac{84}{10} = 8{,}4$. Daí, pode-se efetuar diretamente $2{,}1 \times 4 = 8{,}4$ e concluir uma regra prática.

1. Efetue as multiplicações

a) $4{,}5 \times 7$

b) $4{,}32 \times 5$

c) $63{,}9 \times 0{,}8$

d) $3{,}2 \times 8$

e) $6{,}92 \times 1{,}7$

f) $40{,}3 \times 0{,}92$

g) $3{,}6 \times 4{,}5$

h) $3{,}08 \times 2{,}6$

i) $18{,}5 \times 0{,}12$

j) $25{,}9 \times 3{,}2$

l) $7{,}35 \times 0{,}15$

m) $34{,}2 \times 1{,}25$

2. Faça no seu caderno

a) $19{,}05 \times 0{,}62$

c) $8{,}1 \times 0{,}34$

e) $2{,}8 \times 0{,}78$

b) $0{,}95 \times 5$

d) $5{,}3 \times 0{,}36$

f) $8{,}512 \times 3$

Exercícios de multiplicação de decimais.

Divisão com dividendo decimal

$2{,}4 \div 2 = ?$

u déc
2 , 4 | 2
0   1 ,
u déc

$2u \div 2 = 1u$

u déc
2 , 4 | 2
0 4   1 , 2
0   u déc

$4déc \div 2 = 2déc$

1. Efetue

a) u déc
4 , 8 | 3
u déc

b) u déc
1 , 6 | 2
0 ,
u déc

c) u déc cent
6 , 0 3 | 3
u déc cent

d) u déc cent mil
8 , 5 3 4 | 2
u déc cent mil

e) u déc cent
9 , 4 5 | 7
u

f) u déc cent
4 , 2 9 | 5
u déc cent

g) d u déc cent
1 8 , 4 5 | 3
u déc cent

h) d u déc cent
2 8 , 1 4 | 7
u déc cent

i) d u déc
1 4 , 1 | 3
u déc

2. Efetue no seu caderno

a) $8{,}64 \div 2$
b) $8{,}32 \div 4$
c) $6{,}52 \div 8$
d) $4{,}8 \div 6$
e) $234{,}18 \div 9$
f) $0{,}136 \div 8$
g) $1{,}61 \div 7$
h) $29{,}6 \div 37$
i) $7{,}34 \div 8$

Divisão com dividendo na forma decimal. Aqui graduamos a divisão: 1º o dividendo é apenas decimal. O divisor é inteiro. Veja que o diagrama inicial indica a solução final.

Divisão com divisor decimal

Observe os exemplos e efetue as divisões

$16 \div 0{,}2$
↓ × 10   ↓ × 10
$160 \div 2 = 80$

a) $36 \div 0{,}9 =$
↓ × 10   ↓ × 10
.... ÷ .... = ☐

b) $14 \div 0{,}7 =$
↓ × 10   ↓ × 10
.... ÷ .... = ☐

c) $24 \div 1{,}2 =$
↓ × 10   ↓ × 10
.... ÷ .... = ☐

$9 \div 0{,}03 =$
↓ × 100   ↓ × 100
$900 \div 3 = 300$

a) $54 \div 0{,}06 =$
↓ × 100   ↓ × 100
.... ÷ .... = ☐

b) $36 \div 0{,}12 =$
↓ × 100   ↓ × 100
.... ÷ .... = ☐

c) $14 \div 0{,}28 =$
↓ × 100   ↓ × 100
.... ÷ .... = ☐

$6 \div 0{,}002 =$
↓ × 1000   ↓ × 1000
$6000 \div 2 = 3000$

a) $27 \div 0{,}009 =$
↓ × 1000   ↓ × 1000
.... ÷ .... = ☐

b) $83{,}6 \div 0{,}152 =$
↓ × 1000   ↓ × 1000
.... ÷ .... = ☐

c) $2{,}624 \div 0{,}032 =$
↓ × 1000   ↓ × 1000
.... ÷ .... = ☐

Divisão com divisor na forma decimal. O dividendo é inteiro e o divisor é decimal. Transforma-se, em 1º lugar, os termos da divisão em inteiros. As propriedades exploradas anteriormente (páginas 87 e 88) justificam as transformações que aqui se fazem.

1. Efetue as divisões

a) 29,6 ÷ 3,7 = ☐

(× 10) (× 10)

296 | 37

b) 7,40 ÷ 1,85 = ☐

(× 100) (× 100)

740 | 185

c) 1,3 ÷ 0,325 = ☐

(× 1000) (× 1000)

1300 | 325

d) 9 ÷ 1,5 = ☐

e) 18,4 ÷ 2,3 = ☐

f) 16,9 ÷ 3,38 = ☐

g) 55,8 ÷ 6,2 = ☐

h) 24 ÷ 4,80 = ☐

i) 10,824 ÷ 3,608 = ☐

2. Efetue as divisões no seu caderno

a) 24 ÷ 0,8

b) 82,8 ÷ 6,9

c) 94,5 ÷ 6,30

d) 3,6 ÷ 0,72

e) 2,832 ÷ 0,012

f) 22,68 ÷ 3,24

g) 313,6 ÷ 9,8

h) 156,9 ÷ 5,23

i) 28,8 ÷ 3,6

Exercícios sobre divisões.

Divisão com quociente decimal

Veja

9 ÷ 6 = 1,5

u: 9 | 6 → 1 (u); resto 3
→ u déc: 9,0 | 6 → 1, __ (u déc); 3 0
→ u déc: 9,0 | 6 → 1,5 (u déc); 3 0; 0

35 ÷ 4 = 8,75

d u: 35 | 4 → 8 (u); resto 3
→ d u déc: 35,0 | 4 → 8,7 (u déc); 3 0; 2
→ d u déc cent: 35,0 0 | 4 → 8,7 5 (u déc cent); 3 0; 2 0; 0

1. Calcule

a) 6 ÷ 4 = ☐

u déc
6,0 | 4

b) 7 ÷ 2 = ☐

u déc
7,0 | 2

c) 15 ÷ 6 = ☐

d u déc
15,0 | 6

d) 32,6 ÷ 5 = ☐

e) 45 ÷ 12 = ☐

f) 9 ÷ 25 = ☐

2. Faça no seu caderno

a) 19 ÷ 5

b) 434 ÷ 70

c) 94 ÷ 40

d) 100 ÷ 16

e) 98 ÷ 196

f) 6 ÷ 8

Divisão com quociente decimal. Como 9 ÷ 6 = 9,00 ÷ 6 passa-se a obter quocientes aproximados por décimos ou centésimos. Note que são os primeiros exemplos de quociente aproximado.

A Multiplicação e Divisão por 10, 100 e 1000

$1,493 \times 10 = 14,93$

$1,493 \times 100 = 149,3$

$1,493 \times 1000 = 1493$

$6589 \div 10 = 658,9$

$6589 \div 100 = 65,89$

$6589 \div 1000 = 6,589$

1. Efetue

a) $3,2 \times 10 =$
b) $4,5 \times 10 =$
c) $39 \times 10 =$
d) $4,53 \times 10 =$
e) $13,05 \times 10 =$

f) $0,3 \div 10 =$
g) $73,4 \div 10 =$
h) $68,66 \div 10 =$
i) $0,15 \div 10 =$
j) $0,06 \div 10 =$

2. Efetue

a) $3 \times 100 =$
b) $3,2 \times 100 =$
c) $4,53 \times 100 =$
d) $0,018 \times 100 =$
e) $0,9 \times 100 =$

f) $500 \div 100 =$
g) $50 \div 100 =$
h) $5 \div 100 =$
i) $2,15 \div 100 =$
j) $0,79 \div 100 =$

3. Efetue

a) $8 \times 1000 =$
b) $1,2 \times 1000 =$
c) $0,17 \times 1000 =$
d) $0,325 \times 1000 =$
e) $7,91 \times 1000 =$

f) $7000 \div 1000 =$
g) $700 \div 1000 =$
h) $50 \div 1000 =$
i) $3 \div 1000 =$
j) $38,72 \div 1000 =$

A multiplicação e a divisão por 10, 100, 1000, etc. Basta observar que aplica-se a convenção fundamental do sistema decimal: "um algarismo situado à direita de outro, tem um valor significativo dez vezes menor que se estivesse no lugar desse outro".

Problemas

1. Um pintor pintou 0,35 de um muro no primeiro dia, 0,438 no segundo e 0,12 no terceiro. Que parte do muro ele pintou?

$$\begin{array}{r} 0,350 \\ +\ 0,438 \\ 0,120 \\ \hline \end{array}$$

Resposta: Ele pintou ☐ do muro.

2. Um funcionário fez 0,435 do seu serviço, Que parte falta fazer?

serviço todo: 1,000

serviço feito: − 0,435

Resposta: ....

3. Gastei para fazer um balão 0,34 de uma folha de papel. Meu primo gastou 10 vezes mais. Quanto gastamos juntos?

$0,34 \times 10 =$ ....

\+ 0,34

Resposta: ....

4. Tenho 0,34 de um rolo de arame para cercar 4 galinheiros. Que parte do rolo gastarei em cada galinheiro?

0,340 | 4

.......,.......

Resposta: ....

Problemas envolvendo decimais.

1. Complete

Comi 0,2 dos bombons de uma caixa, e minha irmã comeu o dobro. Quanto ainda resta?

Cálculos

Minha irmã comeu: $0{,}2 \times 2 =$ ....

Ao todo: $0{,}2 +$ .... $=$ ....

sobrou: $1{,}0 -$ .... $=$ ☐

$$\begin{array}{r} 0{,}2 \\ \times\ 2 \\ \hline \dots\dots \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}0 \\ -\ \dots\dots \\ \hline \square \end{array}$$

Resposta: Ainda resta ☐ da caixa de bombom.

2. Resolva no seu caderno

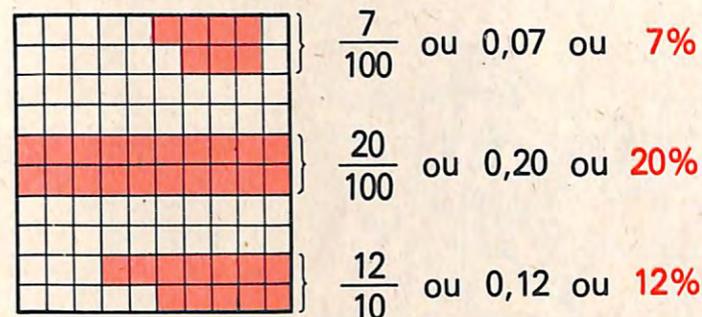
1. Pedro comeu 0,25 de um bolo e Tiago 0,36. Quanto restou do bolo?
2. Gastei 0,25 de uma peça de fita para enfeitar uma blusa e 0,62 para um vestido. a) Que parte da fita gastei? b) Quanto ainda resta?
3. De um bolo, eu ganhei 0,351 e Cristina 0,28. Que parte do bolo eu ganhei a mais que ela?
4. Um menino gastou 3 décimos de um caderno em um dia, e seu amigo gastou o triplo. Quanto os dois gastaram juntos?
5. Para fazer um bolo, Dona Helena gasta 0,38 de um saco de farinha. Quanto ela gasta para fazer 8 bolos?
6. Tenho 8 chocolates e meio para dividir entre 2 amigos. Quanto cada um receberá?
7. Gastei 0,75 de 6 abacaxis para fazer uma salada de frutas. Quantos abacaxis gastei?
8. Para pintar um muro são necessários 0,4 de uma lata de tinta. Qual a quantidade de tinta necessária para pintar 0,35 do muro?
9. Tinha 108 cruzeiros e gastei um décimo em balas. Quanto sobrou?
10. Três pedreiros vão fazer 0,81 de uma casa. Que parte da casa fará cada um?

Problemas envolvendo decimais. Faça-os no caderno do aluno.

Porcentagens

$\frac{7}{100}$ ou 0,07 ou 7%

$\frac{20}{100}$ ou 0,20 ou 20%

$\frac{12}{10}$ ou 0,12 ou 12%

1. Complete

a) $\frac{35}{100} = 0{,}35 = 35\%$

b) $\frac{4}{100} =$ 0,04 $=$ 4%

c) $\frac{10}{100} =$ 0,10 $=$ 10%

d) $\frac{15}{100} =$ 0,15 $=$ 15%

e) $\frac{55}{100} =$ 0,55 $=$ 55%

f) $\frac{70}{100} =$ 0,70 $=$ 70%

2. Transforme em porcentagens

a) $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$ (× 20)

b) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} =$ 75% (× 25)

c) $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} =$ 50%

d) $\frac{3}{2} = \frac{150}{100} =$ 150%

3. Escreva em forma de fração

a) $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

b) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

c) $25\% = \frac{25}{100} = \frac{5}{20}$

d) $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

Porcentagens. Observe que 7 em 100 indica-se $\frac{7}{100}$ ou 0,07 e abrevia-se 7%.

Você só paga 60%

Cr$ 500,00

60% de $500 =$

$= 0{,}60 \times 500 = 300$

1. Complete

1. Na minha escola há 250 crianças. Quarenta por cento dessas crianças são meninas.

a) Quantas são as meninas?

40% de 250 = 0,40 × 250 = ☐

b) Quantos são os meninos?

100% — 40% = 60%

60% de 250 = ... = ☐

Resposta: São .... meninas e .... meninos na escola.

2. Resolva no seu caderno

1. Em uma cidade há 480 ruas. Trinta e cinco por cento das ruas não estão asfaltadas. Quantas estão asfaltadas?

2. Fiz uma compra de Cr$ 9852,00. Dei 10% de entrada e paguei o restante em 6 prestações. a) Qual o valor da entrada? b) Qual o valor de cada prestação?

3. Em uma granja há 250 aves. Vinte e quatro por cento das aves são patos, 12% são galinhas e o restante gansos. Quanto são os animais de cada espécie?

4. Minha mãe fez uma compra de Cr$ 12500,00 e obteve 8% de desconto. Quanto ela pagou?

5. Em uma escola com 440 alunos, 25% foram reprovados. Quantos foram aprovados?

6. De uma caixa com 300 laranjas, 75% não estavam estragadas. Quantas laranjas estragaram?

Porcentagens. Problemas envolvendo descontos em compras através de porcentagens. Observe que 60% indica 60 em 100 ou $\frac{60}{100}$ ou ainda 0,60 de um todo.

Medidas de Comprimento

Maiores que o metro				Menores que o metro		
quilômetro km = 1000 m	hectômetro hm = 100 m	decâmetro dam = 10 m	metro m 1 m	decímetro dm = 0,1 m	centímetro cm = 0,01 m	milímetro mm = 0,001 m

1. Complete

a) 19,8 m = 19 m e 8 dm

b) 1,03 km = ...

c) 25,43 dm = ...

d) 10,001 hm = ...

e) 7 km e 8 hm = 7,8 km

f) 1 dm e 5 cm = ...

g) 3 km e 4 m = ...

h) 2 cm e 3 mm = ...

2. Observe os exemplos e complete

a)

1 m = 4 dm + 6 dm

1 m = 20 cm + ... cm

1 m = 500 mm + ... mm

b)

1 dm = 3 cm + 7 cm

1 dm = 2 cm + ... cm

1 dm = 60 mm + ... mm

c)

1 km = 1 hm + 9 hm

1 km = 2 hm + ... hm

1 km = 30 dam + ... dam

1 km = 500 m + ... m

d)

1 hm = 6 dam + 4 dam

1 hm = 1 dam + ... dam

1 hm = 6 m + ... m

1 hm = 20 m + ... m

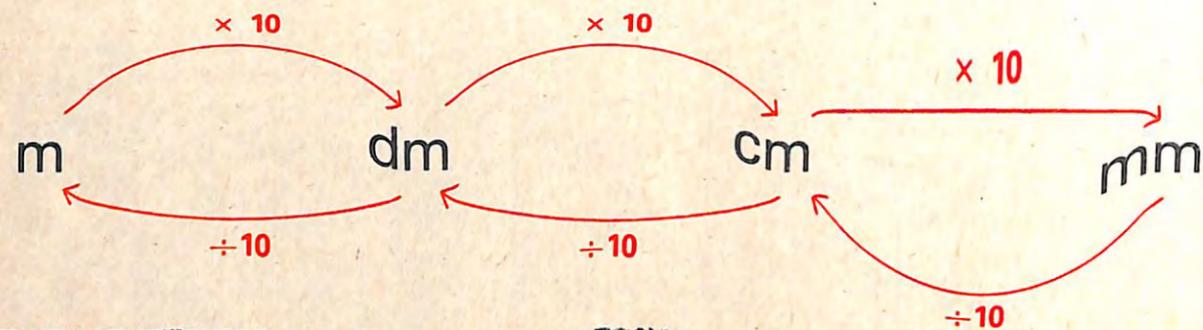
Medidas de comprimento. O metro linear, seus múltiplos e seus submúltiplos. Observe que o aluno só não terá dificuldades aqui, se dominou bem a numeração decimal e suas operações.

Submúltiplos do metro

m —(× 10)→ dm —(× 10)→ cm —(× 10)→ mm

mm —(÷ 10)→ cm —(÷ 10)→ dm —(÷ 10)→ m

1. Observe os exemplos e complete

m —(× 10)→ dm

1 m = 1 × 10 = 10 dm

a) 6 m = 6 × 10 dm = 60 dm
b) 1,7 m = ... = 17 dm
c) 0,8 m = ... = 8 dm
d) 48,3 m = ... = 483 dm

dm —(÷ 10)→ m

1 dm = 1 ÷ 10 = 0,1 m

a) 13 dm = 13 ÷ 10 dm = 1,3 m
b) 5 dm = ... = 0,5 m
c) 6,2 dm = ... = 0,62 m
d) 0,7 dm = ... = 0,07 m

m —(× 10)→ dm —(× 10)→ cm

1 m = 1 × 100 cm = 100 cm

a) 5 m = 5 × 100 cm = 500 cm
b) 1,2 m = ... = 120 cm
c) 0,93 m = ... = 93 cm
d) 0,08 m = ... = 8 cm

cm —(÷ 10)→ dm —(÷ 10)→ m

1 cm = 1 ÷ 100 m = 0,01 m

a) 400 cm = 400 ÷ 100 m = 4 m
b) 132 cm = ... = 1,32 m
c) 14 cm = ... = 0,14 m
d) 6 cm = ... = 0,06 m

m —(× 10)→ dm —(× 10)→ cm —(× 10)→ mm

1 m = 1 × 1000 mm = 1000 mm

a) 8 m = 8 × 1000 mm = 8000 mm
b) 6,04 m = ... = 6040 mm
c) 0,129 m = ... = 129 mm
d) 0,005 m = ... = 5 mm

mm —(÷ 10)→ cm —(÷ 10)→ dm —(÷ 10)→ m

1 mm = 1 ÷ 1000 m = 0,001 m

a) 6000 mm = 6000 ÷ 1000 m = 6 m
b) 124 mm = ... = 0,124 m
c) 19 mm = ... = 0,019 m
d) 3 mm = ... = 0,003 m

Exercícios com unidades de medida.

0,328 m = 3,28 dm
0,328 m = 32,8 cm
0,328 m = 328 mm

1562 dm = 156,2 m
1562 cm = 15,62 m
1562 mm = 1,562 m

1. Complete

a) 12 m = 120 dm = 1200 cm = 12000 mm
b) 0,6 m = 6 dm = 60 cm = 600 mm
c) 0,13 m = 1,3 dm = 13 cm = 130 mm
d) 7500 mm = 750 cm = 75 dm = 7,5 m
e) 328 mm = 32,8 cm = 3,28 dm = 0,328 m
f) 15 mm = 1,5 cm = 0,15 dm = 0,015 m

2. Complete a tabela abaixo

m	2	1,5	2,35	4	0,03	1,2	4,5	0,61	0,25	0,07
dm	20	15	23,5	40	0,3	12	45	6,1	2,5	0,7
cm	200	150	235	400	3	120	450	61	25	7
mm	2000	1500	2350	4000	30	1200	4500	610	250	70

Exercícios com unidades de medida.

km → hm → dam → m (× 10)

m → dam → hm → km (÷ 10)

1. Observe os exemplos e complete

dam → m (× 10)

1 dam = 1 × 10 m = 10 m

a) 3 dam = 3 × 10 m = 30 m
b) 0,2 dam = ... = 2 m
c) 12 dam = ... = 120 m
d) 30,93 dam = ... = 309,3 m

m → dam (÷ 10)

1 m = 1 ÷ 10 dam = 0,1 dam

a) 50 m = 50 ÷ 10 dam = 5 dam
b) 16 m = ... = 1,6 dam
c) 150 m = ... = 15 dam
d) 3 m = ... = 0,3 dam

hm → dam → m (× 10, × 10)

1 hm = 1 × 100 = 100 m

a) 2 hm = 2 × 100 m = 200 m
b) 2,5 hm = ... = 250 m
c) 0,08 hm = ... = 8 m
d) 1,53 hm = ... = 153 m

m → dam → hm (÷ 10, ÷ 10)

1 m = 1 ÷ 100 = 0,01 dm

a) 300 m = 300 ÷ 100 hm = 3 hm
b) 295 m = ... = 2,95 hm
c) 13 m = ... = 0,13 hm
d) 15,8 m = ... = 0,158 hm

km → hm → dam → m (× 10, × 10, × 10)

1 km = 1 × 1000 m = 1000 m

a) 7 km = 1 × 1000 m = 7000 m
b) 2,9 km = ... = 2900 m
c) 0,05 km = ... = 50 m
d) 1,003 km = ... = 1003 m

m → dam → hm → km (÷ 10, ÷ 10, ÷ 10)

1 m = 1 ÷ 1000 km = 0,001 km

a) 4000 m = 4000 ÷ 1000 km = 4 km
b) 650 m = ... = 0,650 km
c) 12 m = ... = 0,012 km
d) 908 m = ... = 0,908 km

Exercícios com unidades de medida.

1,423 **dam** = 14,23 **m**
1,423 **hm** = 142,3 **m**
1,423 **km** = 1423 **m**

1562 **m** = 156,2 **dam**
1562 **m** = 15,62 **hm**
1562 **m** = 1,562 **km**

1. Complete

a) 5 km = 50 hm = 500 dam = 5000 m
b) 0,8 km = 8 hm = 80 dam = 800 m
c) 0,17 km = 1,7 hm = 17 dam = 170 m
d) 3500 m = 350 dam = 35 hm = 3,5 km
e) 423 m = 42,3 dam = 4,23 hm = 0,423 km
f) 16 m = 1,6 dam = 0,16 hm = 0,016 km

2. Complete a tabela abaixo

km	3	0,2	0,041	0,5	0,7	0,13	0,109	4	0,18	1,324
hm	30	2	0,41	5	7	1,3	1,09	40	1,8	13,24
dam	300	20	4,1	50	70	13	10,9	400	18	132,4
m	3000	200	41	500	700	130	109	4000	180	1324

Exercícios com unidades de medida.

Problemas

1. Complete

Fui ao bazar e comprei 1,3 m de barbante azul, 0,12 dam de barbante amarelo e 0,03 hm de barbante branco. Quantos centímetros de barbante eu comprei?

Cálculo

0,12 dam = 1,2 m

0,03 hm = 3 m

$$\begin{array}{r} 1{,}3 \\ +\ 1{,}2 \\ 3{,}0 \\ \hline \end{array}$$

.... m = ... cm

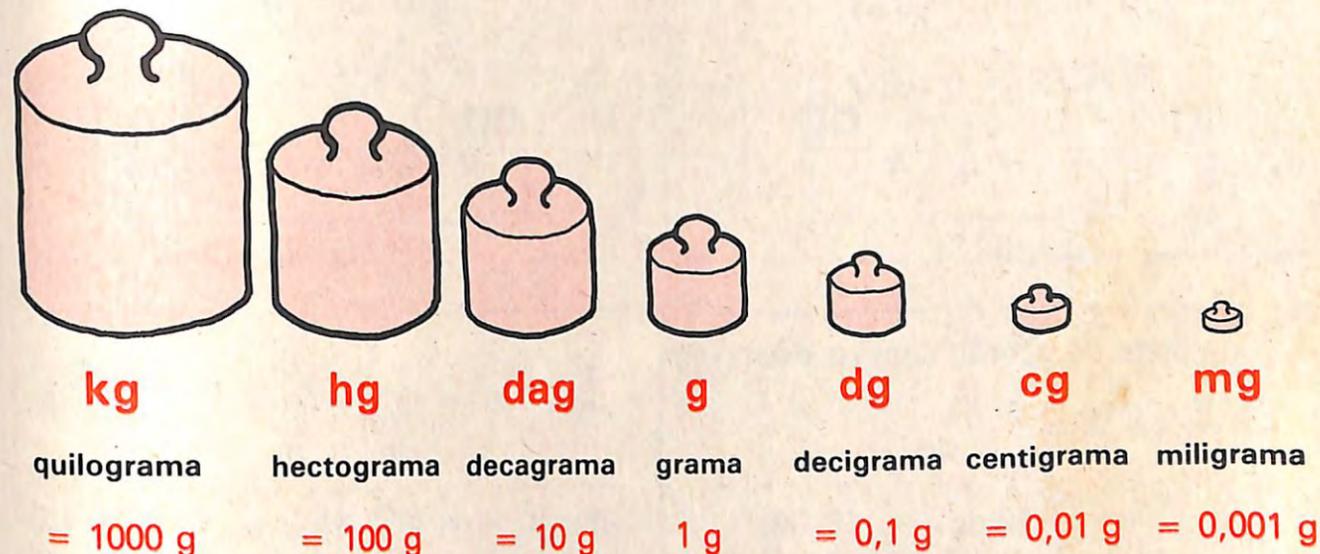
Resposta: Comprei .... de barbante.

2. Resolva os problemas no seu caderno

1. Eu comprei 4,20 m de brim e Lucas comprou 13 dm. Quantos metros de brim nós compramos?
2. Uma estrada tem 130 km. Um ônibus já percorreu 52 hm. Quantos quilômetros ele ainda vai percorrer?
3. Uma motocicleta anda 60 km em uma hora. Quantos metros ela anda em 3 horas?
4. Carla tem 15,3 m de barbante para enrolar em 3 carretéis. Quantos centímetros de barbante ela enrolará em cada um?
5. Um metro de tecido custa Cr$ 350,00. Quanto pagarei por um decâmetro deste tecido? E por 1,8 dam?
6. Uma fita tem 6 metros. Eu vou usar $\frac{1}{3}$ da fita. Quantos centímetros sobrarão?
7. A folha do meu caderno tem 27 cm de comprimento. Vou repartir o seu comprimento em partes de 9 mm cada. Quantas partes poderei obter?
8. Uma chácara tem 1000 m de perímetro. Quantos hectômetros de arame são necessários para cercar $\frac{1}{4}$ do perímetro da chácara?
9. A minha régua tinha 30 cm, mas foi quebrada ao meio. Quantos centímetros tem minha régua agora? E quantos milímetros?
10. Um comerciante queria fazer uma prateleira de 6 metros. Quantas tábuas de 120 cm cada ele usou?

Problemas com unidades de medida.

Medidas de massa

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
= 1000 g	= 100 g	= 10 g	1 g	= 0,1 g	= 0,01 g	= 0,001 g

1. Complete

a) 4,9 g = 4 g e 9 dg
b) 1,65 dag = 1 dag, 6 g e 5 dg
c) 0,93 kg = 9 hg, 3 dag
d) 6,28 hg = 6 hg, 2 dag, 8 g
e) 14,6 dg = 1 g, 4 dg e 6 cg
f) 7 g e 3 dg = 7,3 g
g) 9 kg e 2 dag = 9,02 kg
h) 1 g e 7 cg = 1,07 g
i) 4 hg e 9 dag = 4,9 hg
j) 1 dg e 2 cg = 1,2 dg

2. Complete de acordo com os exemplos

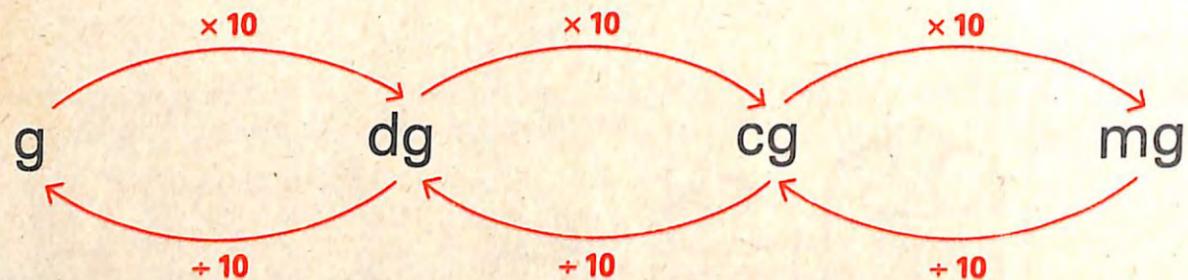
a) 1 g = 5 dg + 5 dg
1 g = 1 dg + 9 dg
1 g = 3 dg + 7 dg

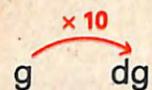
b) 1 kg = 400 g + 600 g
1 kg = 750 g + 250 g
1 kg = 500 g + 500 g

c) 1 g = 300mg + 700mg
1 g = 250mg + 750 mg
1 g = 500mg + 500 mg

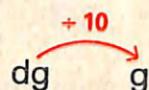
d) 1 kg = 50 dag + 50 dag
1 kg = 80 dag + 20 dag
1 kg = 30 dag + 15 dag

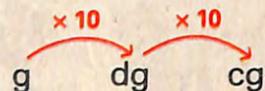
Unidades de massa. O grama, seus múltiplos e submúltiplos.

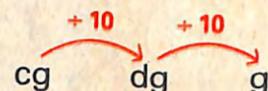
g —(× 10)→ dg —(× 10)→ cg —(× 10)→ mg

mg —(÷ 10)→ cg —(÷ 10)→ dg —(÷ 10)→ g

1. Complete de acordo com os exemplos

g —(× 10)→ dg

a) 1 g = 1 × 10 dg = 10 dg
5 g = 5 × 10 dg = 50 dg
0,3 g = ... = 3 dg
0,08 g = ... = 0,8 dg
6,4 g = ... = 64 dg

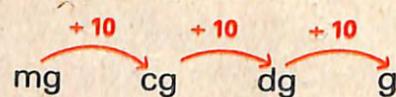
dg —(÷ 10)→ g

b) 1 dg = 1 ÷ 10 g = 0,1 g
9 dg = 9 ÷ 10 g = 0,9 g
15 dg = ... = 1,5 g
230 dg = ... = 23 g
4,2 dg = ... = 0,42 g

g —(× 10)→ dg —(× 10)→ cg

c) 1 g = 1 × 100 cg = 100 cg
6 g = 6 × 100 cg = 600 cg
1,9 g = ... = 190 cg
0,7 g = ... = 70 cg
0,32 g = ... = 32 cg

cg —(÷ 10)→ dg —(÷ 10)→ g

d) 1 cg = 1 ÷ 100 g = 0,01 g
4 cg = 4 ÷ 100 g = 0,04 g
36 cg = ... = 0,36 g
120 cg = ... = 1,20 g
15,3 cg = ... = 0,153 g

g —(× 10)→ dg —(× 10)→ cg —(× 10)→ mg

e) 1 g = 1 × 1000 mg = 1000 mg
2 g = 2 × 1000 mg = 2000 mg
3,5 g = ... = 3500 mg
0,62 g = ... = 620 mg
1,007 g = ... = 1007 mg

mg —(÷ 10)→ cg —(÷ 10)→ dg —(÷ 10)→ g

f) 1 mg = 1 ÷ 1000 g = 0,001 g
8 mg = 8 ÷ 1000 g = 0,008 g
39 mg = ... = 0,039 g
128 mg = ... = 0,128 g
4000 mg = ... = 4 g

3,26 g = 32,6 dg
3,26 g = 326 cg
3,26 g = 3260 mg

1280 dg = 128,0 g
1280 cg = 12,80 g
1280 mg = 1,280 g

1. Complete

a) 6 g = 60 dg = 600 cg = 6000 mg
b) 3,8 g = 38 dg = 380 cg = 3800 mg
c) 0,001 g = 0,01 dg = 0,1 cg = 1 mg
d) 4 mg = 0,4 cg = 0,04 dg = 0,004 g
e) 85 mg = 8,5 cg = 0,85 dg = 0,085 g

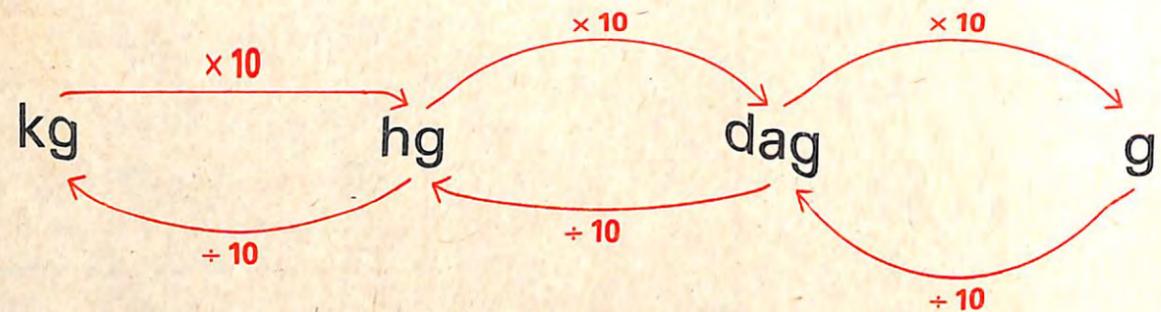
2. Complete a tabela

g	2	0,4	0,035	0,006	1,3	6,97	0,002	0,001	0,9	0,04
dg	20	4	0,35	0,06	13	69,7	0,02	0,01	9	0,4
cg	200	40	3,5	0,6	130	697	0,2	0,1	0,9	4
mg	2000	400	35	6	1300	6970	2	1	0,09	40

kg → hg: × 10; hg → dag: × 10; dag → g: × 10

g → dag: ÷ 10; dag → hg: ÷ 10; hg → kg: ÷ 10

1. Observe e complete

a) dag → g: × 10

1 dag = 1 × 10 g = 10 g
3 dag = 3 × 10 g = 30 g
1,8 dag = ... = 18 g
0,7 dag = ... = 7 g

b) g → dag: ÷ 10

1 g = 1 ÷ 10 dag = 0,1 dag
5 g = 5 ÷ 10 dag = 0,5 dag
70 g = ... = 7 dag
35 g = ... = 3,5 dag

c) hg → dag → g: × 10, × 10

1 hg = 1 × 100 g = 100 g
7 hg = 7 × 100 g = 700 g
1,5 hg = 7 × 100 g = 150 g
0,93 hg = ... = 93 g
13,8 hg = ... = 1380 g

d) g → dag → hg: ÷ 10, ÷ 10

1 g = 1 ÷ 100 hg = 0,01 hg
2 g = 2 ÷ 100 hg = 0,02 hg
37 g = ... = 0,37 hg
240 g = ... = 2,40 hg
600 g = ... = 6 hg

e) kg → hg → dag → g: × 10, × 10, × 10

1 kg = 1 × 1000 g = 1000 g
4 kg = 4 × 1000 g = 4000 g
0,3 kg = ... = 300 g
1,984 kg = ... = 1984 g
0,07 kg = ... = 70 g

f) g → dag → hg → kg: ÷ 10, ÷ 10, ÷ 10

1 g = 1 ÷ 1000 kg = 0,001 kg
6 g = 6 ÷ 1000 kg = 0,006 kg
13 g = ... = 0,013 kg
280 g = ... = 0,280 kg
7000 g = ... = 7 kg

Exercícios com unidades de massa.

1,450 dag = 14,50 g
1,450 hg = 145,0 g
1,450 kg = 1450 g

3824 g = 382,4 dag
3824 g = 38,24 hg
3824 g = 3,824 kg

1. Complete

a) 2 kg = 20 hg = 200 dag = 2000 g

b) 5,4 kg = 54 hg = 540 dag = 5400 g

c) 0,091 kg = 0,91 hg = 9,1 dag = 91 g

d) 6 g = 0,6 dag = 0,06 hg = 0,006 kg

e) 210 g = 21 dag = 2,1 hg = 0,21 kg

f) 6180 g = 618 dag = 61,8 hg = 6,18 kg

2. Complete a tabela

kg	3	0,007	0,02	0,4	0,9	0,16	0,004	0,019	0,25	0,13
hg	30	0,07	0,2	4	9	1,6	0,04	0,19	2,5	1,3
dag	300	0,7	2	40	90	16	0,4	1,9	25	13
g	3000	7	20	400	900	160	4	19	250	130

Exercícios com unidades de massa.

Problemas

1. Complete

Um quilo de cereal custa Cr$ 180,00. Quanto custam 600 gramas desse cereal?

1 kg → 1 × 180,00

600 g = 0,6 kg → 0,6 × 180,00 = ☐

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times\ 0{,}6 \\ \hline \square \end{array}$$

Resposta: 600 g de cereal custou Cr$ ....

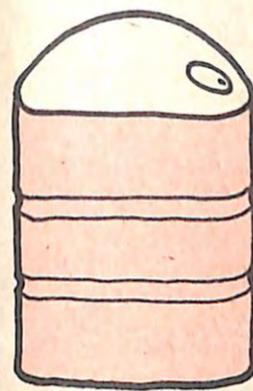
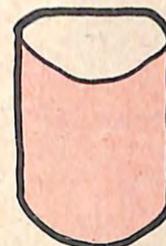
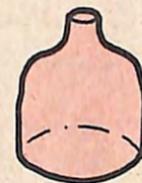
2. Resolva os problemas no seu caderno.

1. Comprei 250 g de farinha, sendo que eu já tinha meio quilo. Quanto falta para eu ter 1 kg de farinha?
2. Tenho 350 g de um apassa para fazer 7 bolos. Quantas gramas de uva passa terá cada bolo?
3. Um cachorro consome 280 g de carne por dia. Quantos quilos de carne ele consome em um mês?
4. Um armazém vendeu em um dia 6 kg de arroz, 2,5 hg de manteiga, 600 g de queijo ralado e 35 dag de amendoim. Quantos quilos de alimento foram vendidos?
5. Uma laranja pesa cerca de 200 g. Quantas laranjas haverá em 6 kg de laranja?

3. Complete a tabela de preços

Mercadoria	preço de 1 kg	Quantidade	Preço
feijão		1,7 kg	
arroz		0,9 kg	
café		250 g	
tomate		2 kg	
cebola		3,6 dag	

Problemas com unidades de massa.

Medidas de Capacidade

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
= 1000 l	= 100 l	= 10 l	1 l	= 0,1 l	= 0,01 l	= 0,001 l

1. Complete

a) 3,2 l = 3 l e 2 dl

b) 0,453 l = 4 dl, 5 cl e 3 ml

c) 1,4 kl = 1 kl e hl

d) 6,23 hl = 6 hl, 2 dal e 3 l

e) 3,62 dal = 3 dal, 6 l e 2 dl

f) 6 kl e 2 hl = 6,2 kl

g) 4 dal e 3 l = 4,3 dal

h) 5 hl e 1 l = 5,01 hl

i) 2 cl e 6 ml = 2,6 cl

j) 1 l e 8 dl = 1,8 l

2. Observe os exemplos e complete

a) 1 l = 3 dl + 7 dl
1 l = 2 dl + 8 dl
1 l = 40 cl + 60 cl
1 l = 500 ml + 500 ml

b) 1 kl = 100 l + 900 l
1 kl = 50 l + 50 l
1 kl = 20 dal + 80 dal
1 kl = 4 hl + 6 hl

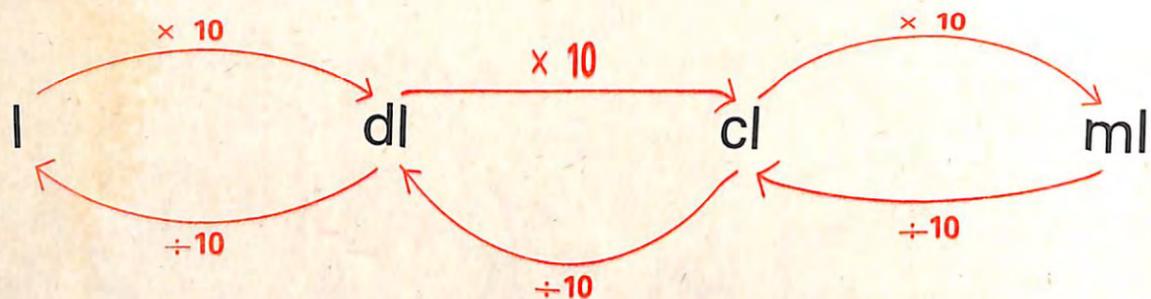
c) 1 dl = 5 cl + 5 cl
1 dl = 7 cl + 3 cl
1 dl = 50 ml + 50 ml

d) 1 hm = 2 dal + 8 dal
1 hm = 1 dal + 9 dal
1 hm = 70 l + 30 l

Medidas de capacidade. O litro, seus múltiplos e submúltiplos.

Submúltiplos do litro

l —(× 10)→ dl —(× 10)→ cl —(× 10)→ ml

ml —(÷10)→ cl —(÷10)→ dl —(÷10)→ l

1. Observe e complete

a) l —(× 10)→ dl

1 l = 1 × 10 dl = 10 dl
2 l = 2 × 20 dl = 20 dl
4,3 l = ... = 43 dl
0,09 l = ... = 0,9 dl
1,12 l = ... = 11,2 dl

b) dl —(÷ 10)→ l

1 dl = 1 ÷ 10 l = 0,1 l
80 dl = 80 ÷ 10 l = 8 l
97 dl = ... = 9,7 l
18 l = ... = 1,8 l ?
3 dl = ... = 0,3 l

c) l —(× 10)→ dl —(× 10)→ cl

1 l = 1 × 100 cl = 100 cl
4 l = 3 × 100 cl = 400 cl
1,2 l = ... = 120 cl
0,3 l = ... = 30 cl
1,56 l = ... = 156 cl

d) cl —(÷ 10)→ dl —(÷ 10)→ l

1 cl = 1 ÷ 100 l = 0,01 l
300 cl = 300 ÷ 100 l = 3 l
210 cl = ... = 2,10 l
42 cl = ... = 0,42 l
6 cl = ... = 0,06 l

e) l —(× 10)→ dl —(× 10)→ cl —(× 10)→ ml

1 l = 1 × 1000 ml = 1000 ml
5 l = 5 × 1000 ml = 5000 ml
6,1 l = ... = 6100 ml
0,3 l = ... = 300 ml
0,02 l = ... = 20 ml

f) ml —(÷ 10)→ cl —(÷ 10)→ dl —(÷ 10)→ l

1 ml = 1 ÷ 1000 l = 0,001 l
6000 ml = 6000 ÷ 1000 l = 6 l
1500 ml = ... = 1,5 l
700 ml = ... = 0,7 l
148 ml = ... = 0,148 l

4,571 l = 45,71 dl
4,571 l = 457,1 cl
4,571 l = 4571 ml

3254 dl = 325,4 l
3254 cl = 32,54 l
3254 ml = 3,254 l

1. Complete

a) 4 l = 40 dl = 400 cl = 4000 ml
b) 1,2 l = 12 dl = 120 cl = 1200 ml
c) 0,631 l = 6,31 dl = 63,1 cl = 631 ml
d) 6820 ml = 682 cl = 68,2 dl = 6,82 l
e) 423 ml = 42,3 cl = 4,23 dl = 0,423 l
f) 500 ml = 50 cl = 5 dl = 0,5 l

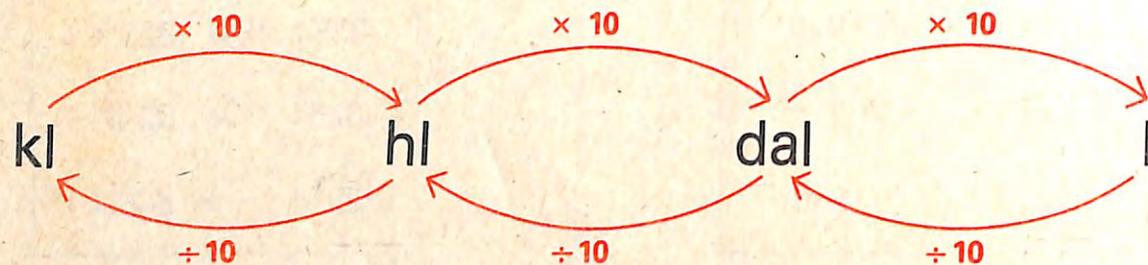
2. Complete a tabela

l	4	5	6,2	7	0,8	1,6	2	1	0,09	0,32
dl	40	50	62	70	8	16	20	10	0,9	3,2
cl	400	500	620	700	80	160	200	100	9	32
ml	4000	5000	6200	7000	800	1600	2000	1000	90	320

Múltiplos do litro

kl ⇄ hl ⇄ dal ⇄ l (× 10 from left to right; ÷ 10 from right to left)

1. Observe e complete

a) (dal → l: × 10)

1 dal	=	1 × 10 l	=	10 l
3 dal	=	3 × 10 l	=	30 l
2 dal	=	....	=	20 l
1,7 dal	=	....	=	17 l
0,5 dal	=	....	=	5 l

b) (l → dal: ÷ 10)

1 l	=	1 ÷ 10 dal	=	0,1 dal
60 l	=	60 ÷ 10 dal	=	6 dal
26 l	=	....	=	2,6 dal
15 l	=	....	=	1,5 dal
3 l	=	....	=	0,3 dal

c) (hl → dal → l: × 10, × 10)

1 hl	=	1 × 100 l	=	100 l
4 hl	=	4 × 100 l	=	400 l
2,1 hl	=	....	=	210 l
0,7 hl	=	....	=	70 l
0,16 hl	=	....	=	16 l

d) (l → dal → hl: ÷ 10, ÷ 10)

1 l	=	1 ÷ 100 hl	=	0,01 hl
500 l	=	500 ÷ 100 hl	=	5 hl
40 l	=	....	=	0,40 hl
320 l	=	....	=	3,20 hl
16 l	=	....	=	0,16 hl

e) (kl → hl → dal → l: × 10, × 10, × 10)

1 kl	=	1 × 1000 l	=	1000 l
2 kl	=	2 × 1000 l	=	2000 l
3,2 kl	=	....	=	3200 l
0,7 kl	=	....	=	700 l
1,04 kl	=	....	=	1040 l

f) (l → dal → hl → kl: ÷ 10, ÷ 10, ÷ 10)

1 l	=	1 ÷ 1000 kl	=	0,001 kl
7000 l	=	7000 ÷ 1000 kl	=	7 kl
600 l	=	600 ÷ 1000 kl	=	0,6 kl
1320 l	=	....	=	1,32 kl
458 l	=	....	=	0,458 kl

Exercícios com unidades de capacidade.

1,026 dal = 10,26 l
1,026 hl = 102,6 l
1,026 kl = 1026 l

9281 l = 928,1 dal
9281 l = 92,81 hl
9281 l = 9,281 kl

1. Complete

a) 0,28 kl = 2,8 hl = 28 dal = 280 l

b) 1,3 kl = 13 hl = 130 dal = 1300 l

c) 0,04 kl = 0,4 hl = 4 dal = 40 kl

d) 102 l = 10,2 dal = 1,02 hl = 0,102 kl

e) 74 l = 7,4 dal = 0,74 hl = 0,074 kl

f) 9 l = 0,9 dal = 0,09 hl = 0,009 kl

2. Complete a tabela

kl	3	1,7	2,3	4	0,08	0,6	0,32	1,48	0,019	0,05
hl	30	17	23	40	0,8	6	3,2	14,8	0,19	0,5
dal	300	170	230	400	8	60	32	148	1,9	5
l	3000	1700	2300	4000	80	600	320	1480	19	50

Problemas

1. Complete

Um galão tem 440 l de óleo. Uma indústria consome $\frac{3}{4}$ de um galão por dia. Quantos kl de óleo ela consome em um mês?

Cálculos

por dia: $\frac{3}{4}$ de 440 l = $\frac{3}{4}$ × 440 = ... l

por mês: 30 × .... l = ... l = ... kl

Resposta: São consumidos por mês .... kl de óleo.

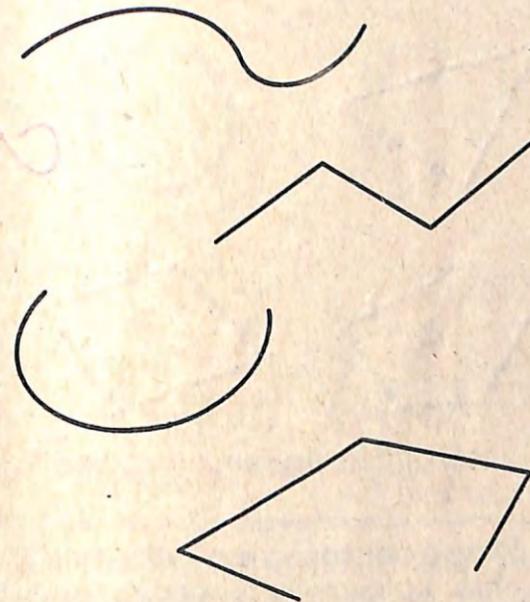
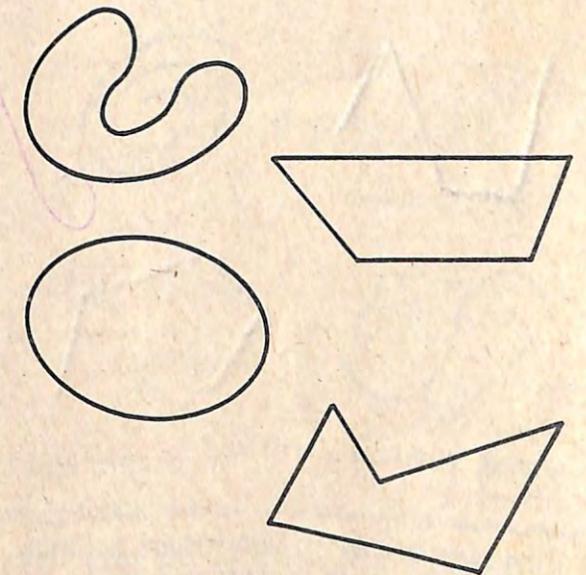
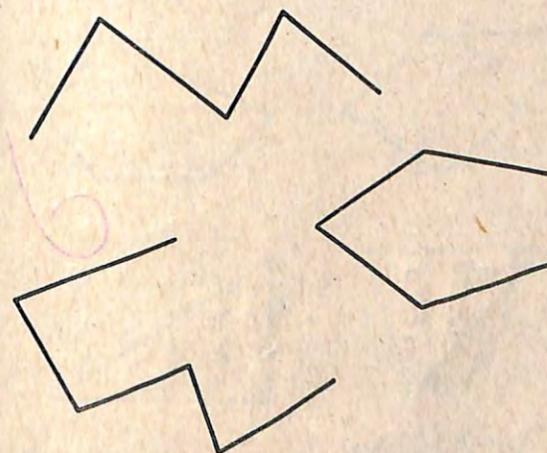
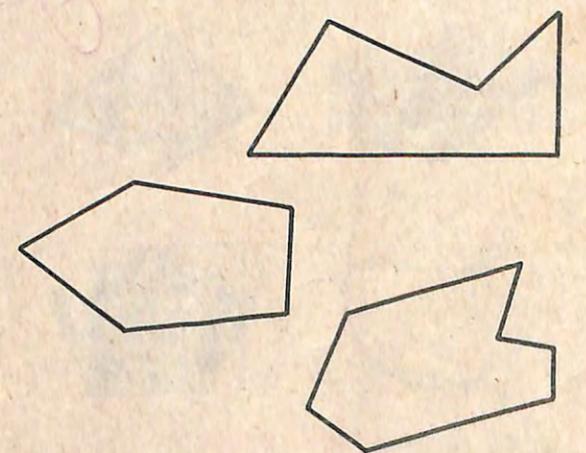
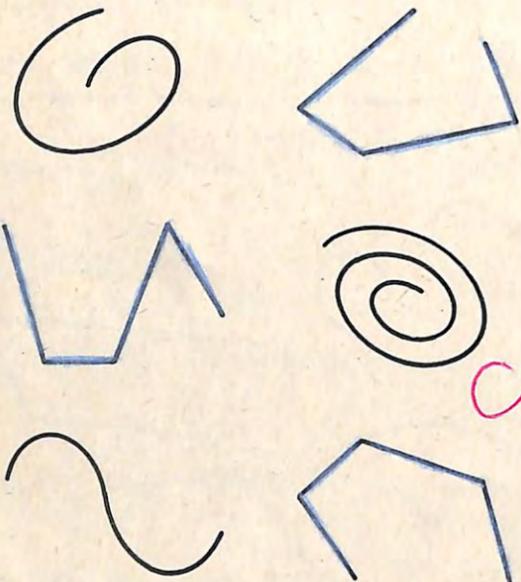
2. Resolva os problemas no seu caderno

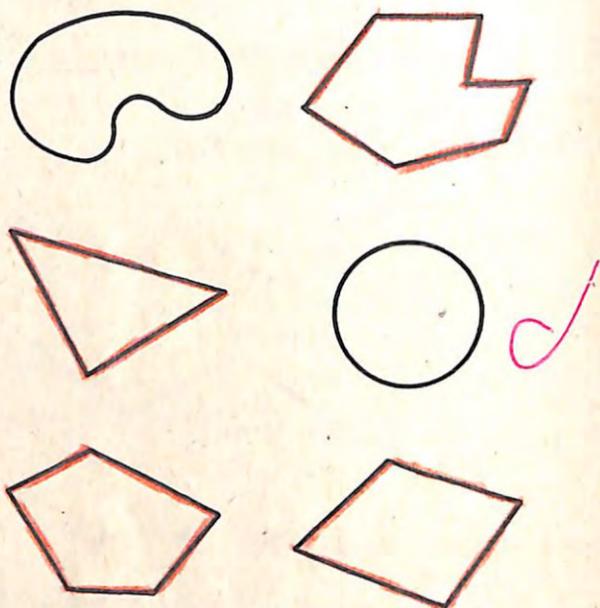
1. Um tanque tem 29,72 dal de água. Foram retirados 77,2 l. Quantos decalitros restaram?
2. Uma família toma 0,3 dal de suco de uva por dia. Quanto gastará no fim do mês, se o litro de suco custa Cr$ 24,00?
3. Comprei 1,4 l de azeite por Cr$ 126,00. Qual o preço de 1 litro de azeite?
4. Uma garrafa com um litro de suco custa Cr$ 40,00. Qual o custo de cada copo de 250 ml de suco?
5. Um barril de vinho com a capacidade de 123,5 dal é engarrafado em vasilhames de 0,05 hl cada um. Quantos vasilhames precisarei para engarrafar o barril de vinho?
6. Quantos baldes de 14 l cada serão necessários para encher um tanque de 1,26 kl?
7. Se 17,5 dal de álcool custam Cr$ 6125,00, quanto custarão $\frac{2}{4}$ dal?
8. Um litro de vinagre custa Cr$ 65,00. Quanto pagarei por 17,3 cl?
9. Um vasilhame tem 3,2 kl de óleo e outro 1,532 hl. Quantos litros de óleo há no total?
10. Um pingo de água de uma torneira tem 1 ml. Quantos pingos são necessários para encher uma garrafa de 1 l? E um copo de 25 cl?

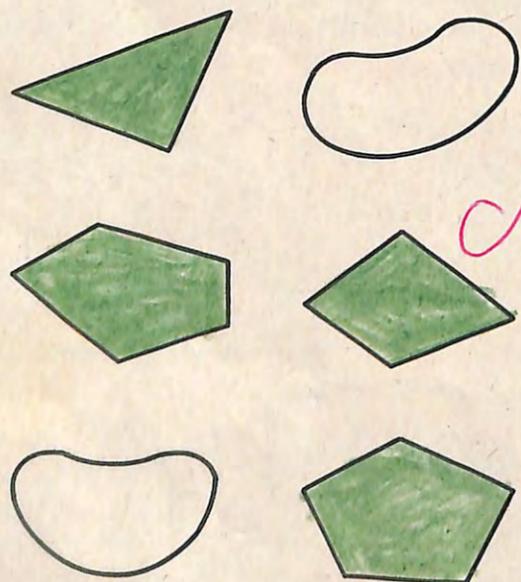
Problemas com unidades de capacidade.

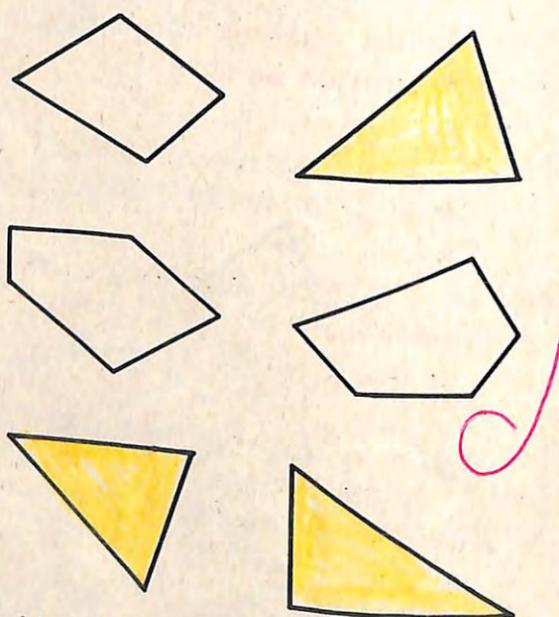
Geometria

Formação dos Polígonos

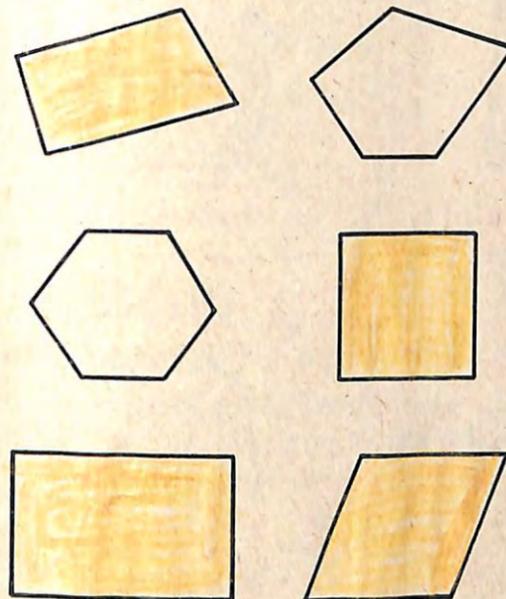
a) Estas são linhas **abertas**.

b) Estas são linhas **fechadas**.

c) Estas linhas **abertas** são formadas por **segmentos de reta**.

d) Estas linhas **fechadas** são formadas por **segmentos de reta**.

a) Pinte de azul as linhas **abertas** formadas por **segmentos de reta**.

Você pintou **linhas poligonais abertas.**

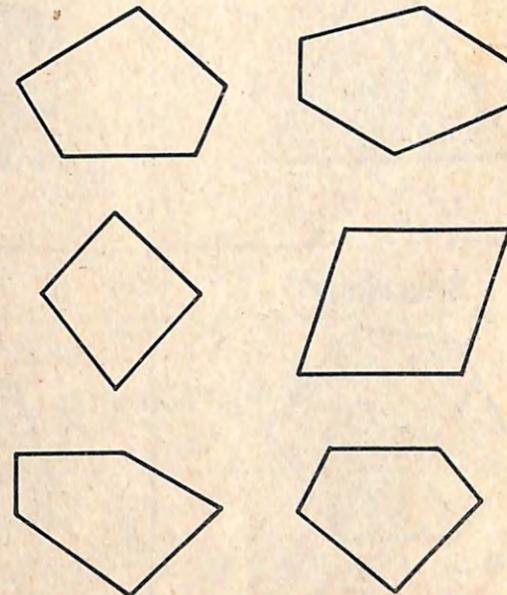
b) Pinte de vermelho as linhas **fechadas** formadas por **segmentos de reta**.

Você pintou **linhas poligonais fechadas.**

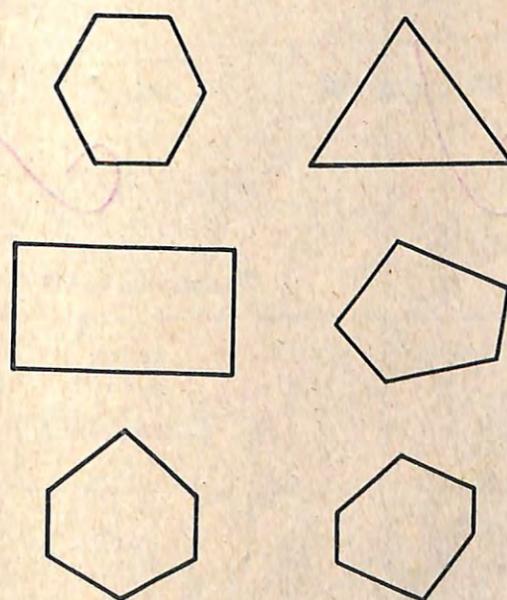
c) Pinte o **contorno e o interior** das linhas poligonais fechadas.

Você pintou **polígonos.**

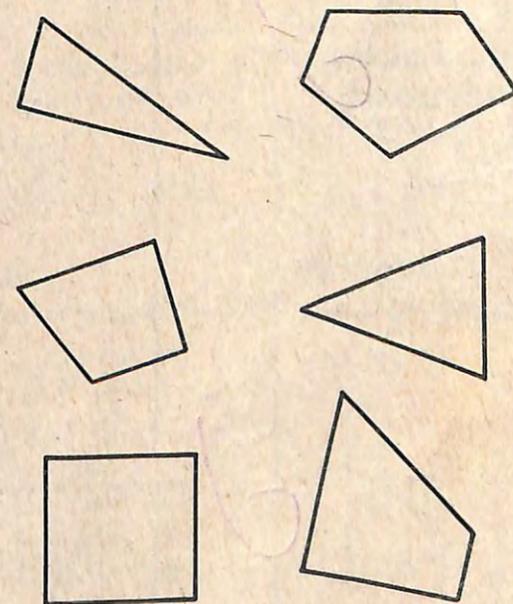
d) Pinte o **contorno e o interior** das linhas poligonais fechadas que tenham 3 lados.

Você pintou **triângulos.**

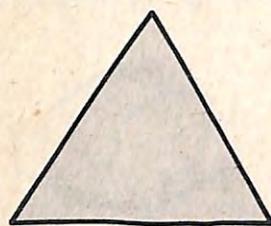
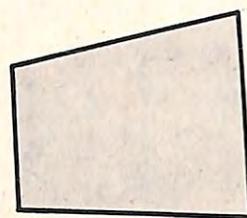
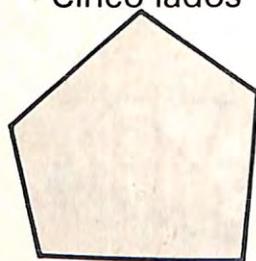
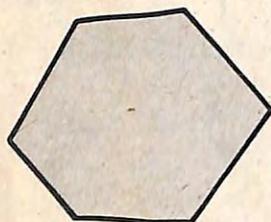
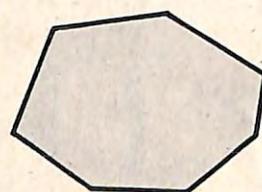
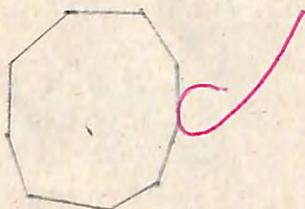
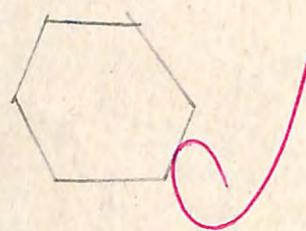
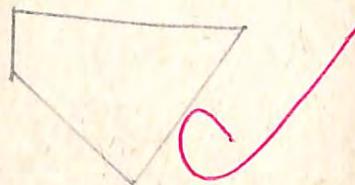
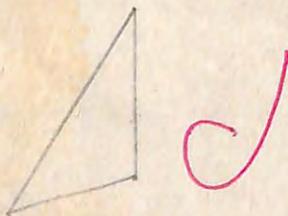
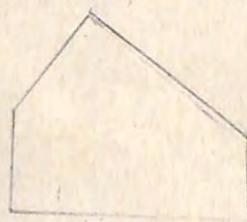
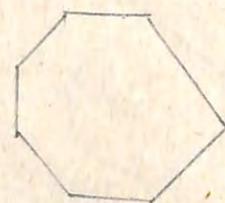
Formação de Polígonos. O objetivo é induzir à construção de linhas poligonais e polígonos, sem defini-los. Não há necessidade de se definir um cão ou um gato para a criança reconhecer a diferença entre cães e gatos.

a) Pinte o **contorno e o interior** das linhas poligonais fechadas de 4 lados.

Você pintou **quadriláteros.**

b) Pinte o **contorno e o interior** das linhas poligonais fechadas de 5 lados.

Você pintou **pentágonos.**

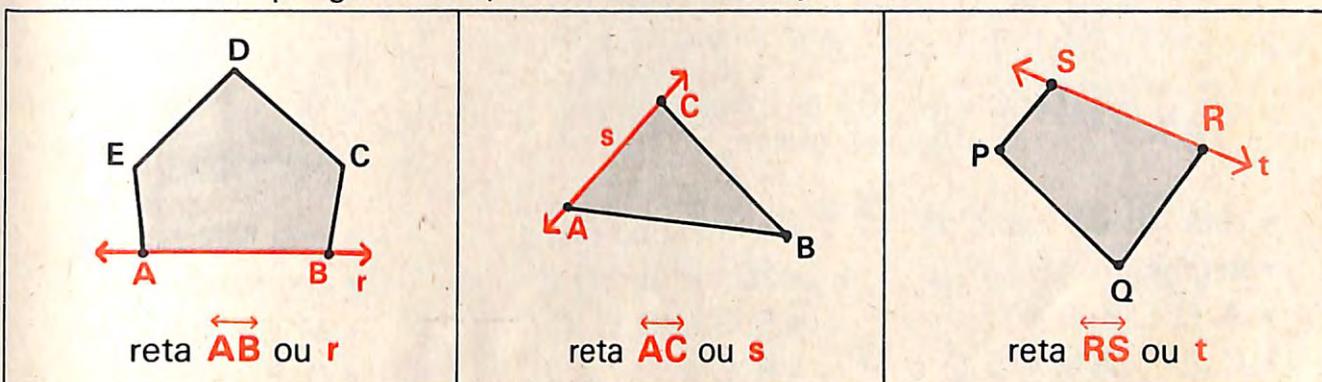
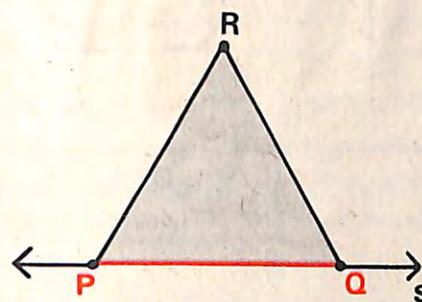
c) Pinte o **contorno e o interior** das linhas poligonais fechadas de 6 lados.

Você pintou **hexágonos.**

d) Pinte os **triângulos** de azul e os **quadriláteros** de vermelho.

Formação de Polígonos. Os polígonos estão caracterizados aqui como regiões planas; o contorno poligonal fechado e o conjunto dos pontos internos forma o polígono.

Classificação dos Polígonos

Três lados	Quatro lados	Cinco lados
Triângulo	**Quadrilátero**	**Pentágono**
Seis lados	Sete lados	Oito lados
Hexágono	**Heptágono**	**Octógono**

1. Desenhe você

a) Octógono

b) Hexágono

c) Quadrilátero

d) Triângulo

e) Pentágono

f) Heptágono

A Reta e os segmentos de Reta

Os lados dos polígonos se apoiam sobre retas; veja:

reta $\overleftrightarrow{AB}$ ou r	reta $\overleftrightarrow{AC}$ ou s	reta $\overleftrightarrow{RS}$ ou t

Uma reta pode ser representada de dois modos:
1º: Por duas letras maiúsculas que indicam dois pontos da reta.
2º: Por uma letra minúscula qualquer.

Observe:

O segmento $\overline{PQ}$ **está contido** na reta PQ

ou

O segmento $\overline{PQ}$ **está contido** na reta s

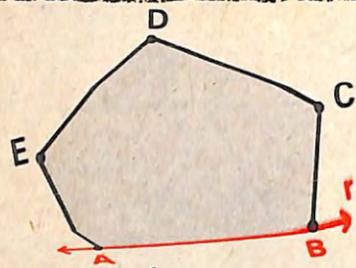
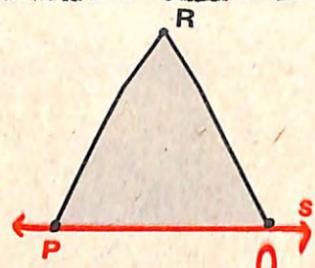
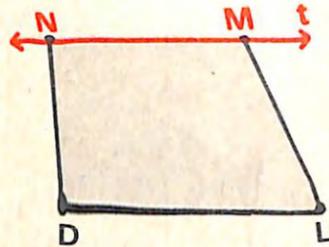
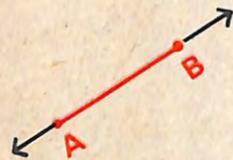
Indica-se: $\overline{PQ} \subset \overleftrightarrow{PQ}$ ou $\overline{PQ} \subset s$.

O segmento $\overline{PQ}$ **é uma parte** da reta $\overleftrightarrow{PQ}$.

Complete você

Figura	Notação da reta	Notação do segmento	A reta contém o segmento
C, B, D, A	$\overleftrightarrow{AB}$		
C, D, E		$\overline{CD}$	
H, I, G, E, F			$\overline{EF} \subset \overleftrightarrow{EF}$

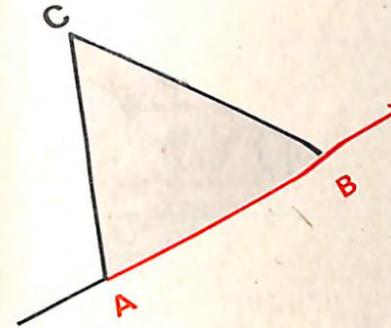
A reta e suas partes. A reta é um ente geométrico não definido. O objetivo é apresentar a reta como suporte de um segmento de reta. Convém diferenciar bem as notações de reta $\overleftrightarrow{AB}$ e segmento $\overline{AB}$; um segmento, por ser *subconjunto* da reta, *está contido* na reta.

A Reta, os segmentos de Reta e os pontos da Reta

- reta $\overleftrightarrow{AB}$ ou reta r
- segmento $\overline{AB}$
- A ∈ r, B ∈ r
- C ∉ r, D ∉ r, E ∉ r

- reta $\overleftrightarrow{PQ}$ ou reta s
- segmento $\overline{PQ}$
- P ∈ s, Q ∈ s
- R ∉ s

- reta $\overleftrightarrow{MN}$ ou reta t
- segmento $\overline{MN}$
- M ∈ t, N ∈ t
- O ∉ t, L ∉ t

O ponto **pertence** à reta; A ∈ $\overleftrightarrow{AB}$, B ∈ $\overleftrightarrow{AB}$
O segmento **está contido** na reta; $\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ ou $\overleftrightarrow{AB} \supset \overline{AB}$

1. Complete você

Figura	Utilize o sinal ⊂	Utilize o sinal ⊃	Utilize ∈ ou ∉
A B	$\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$	$\overleftrightarrow{AB}$	A ∈ $\overleftrightarrow{AB}$ C ....
D E	$\overline{DE}$	$\overleftrightarrow{DE}$	D .... F ∉ $\overline{DE}$
H I	$\overline{HI}$	$\overleftrightarrow{HI}$	H .... L ....
M N	$\overline{MN}$	$\overleftrightarrow{MN}$	M .... Q ....

Elementos e Subconjuntos da reta. O ponto *pertence* à reta; logo a relação entre ponto e reta é a *pertinência* (∈). O segmento é *subconjunto* da reta; logo, a relação entre segmento e reta é a *inclusão* (⊂).

A Reta, suas partes, seus elementos.

- $\overrightarrow{AB}$ é uma parte da reta $\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$ é uma semi reta } logo: $\overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ ou $\overleftrightarrow{AB} \supset \overrightarrow{AB}$
- $\overline{AB}$ é uma parte de $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ é um segmento de reta } logo: $\overline{AB} \subset \overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{AB} \supset \overline{AB}$
- A é um elemento de $\overleftrightarrow{AB}$ ou de $\overrightarrow{AB}$ ou de $\overline{AB}$

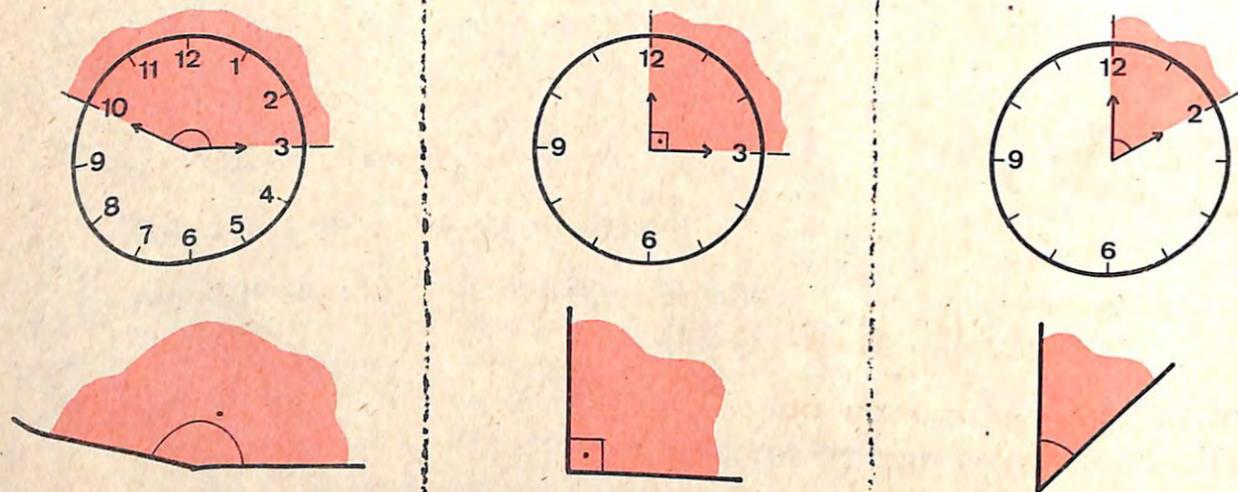
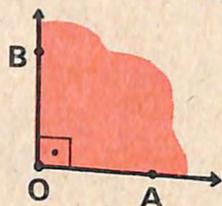
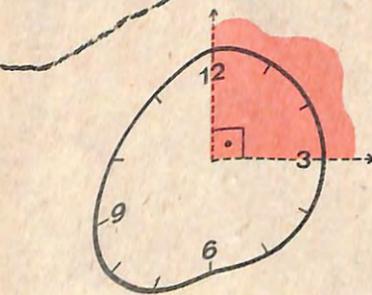
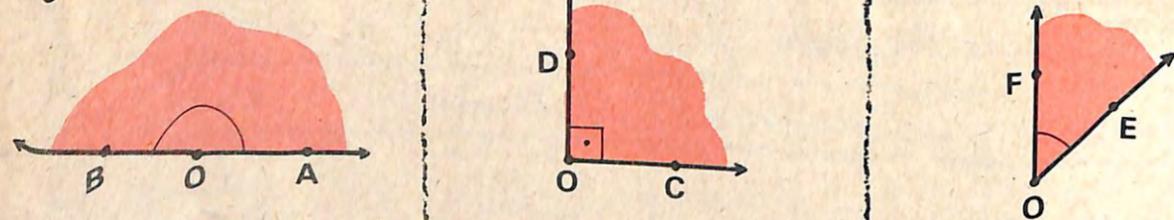
Logo: A ∈ $\overleftrightarrow{AB}$ ou A ∈ $\overrightarrow{AB}$ ou A ∈ $\overline{AB}$

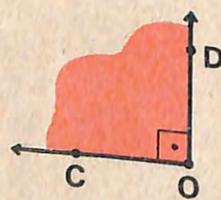
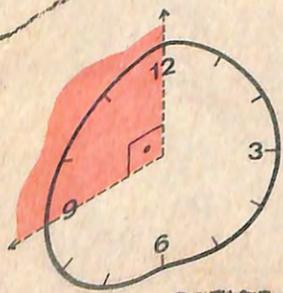
Dizemos que:
O ponto A é **elemento** de $\overleftrightarrow{AB}$ e se indica: A ∈ $\overleftrightarrow{AB}$
O segmento $\overline{AB}$ é **parte** ou **subconjunto** de $\overleftrightarrow{AB}$ e se indica $\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AC}$
A semi-reta $\overrightarrow{AB}$ é **parte** ou **subconjunto** de $\overleftrightarrow{AB}$ e se indica $\overleftrightarrow{AB} \supset \overrightarrow{AB}$

1. Complete usando os símbolos ∈ , ∉ , ⊂ , ⊃

Figura	Use ⊂	Use ⊃	Use ∈ ou ∉
C, A B	$\overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$	$\overleftrightarrow{AB}$	A .... $\overrightarrow{AB}$ C ....
G F, D E	$\overrightarrow{DE}$	$\overleftrightarrow{DE}$	D .... G ....
L, M J, H I	$\overrightarrow{IH}$	$\overleftrightarrow{HI}$	D .... J ....
Q, R P O, M N	$\overrightarrow{NM}$	$\overleftrightarrow{MN}$	N .... R ....

Os Ângulos

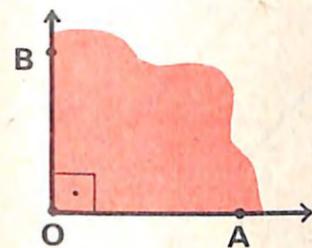
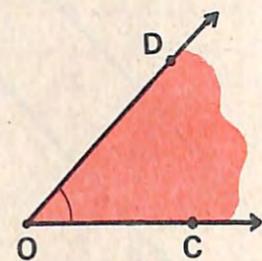
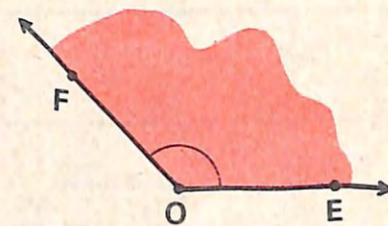
1. Observe os ponteiros dos relógios

Os ponteiros dos relógios formam **ângulos**

AÔB é um **ângulo reto**

$A\hat{O}B = B\hat{O}A$

CÔD é um **ângulo reto**

$C\hat{O}D = D\hat{O}C$

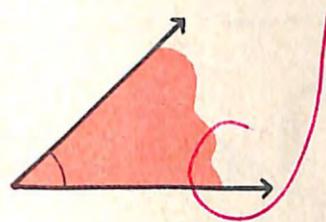
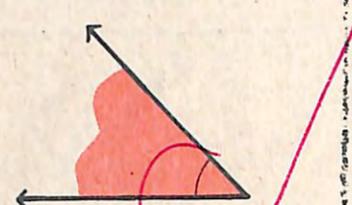
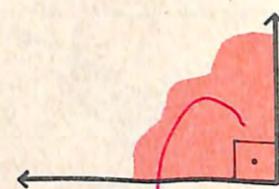
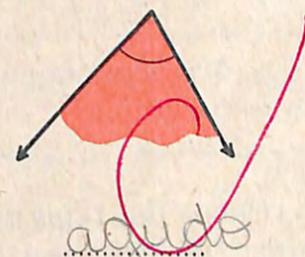
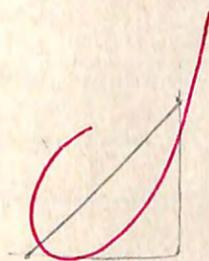
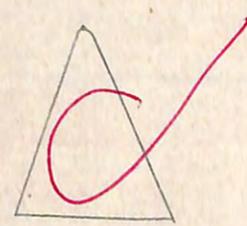
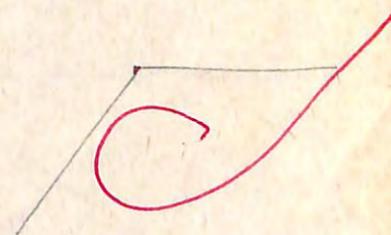
Os Ângulos. A noção de ângulo — como região do plano - sem defini-lo. A noção de ângulo reto também é intuitivamente apresentada. Evitou-se medida de ângulos que fica para a 5ª série. A comparação com o ângulo reto caracteriza os agudos e os obtusos e basta.

Ângulos Agudos e Ângulos Obtusos

a)

Ângulo reto

Ângulo agudo
(menor que o reto)

Ângulo obtuso
(maior que o reto)

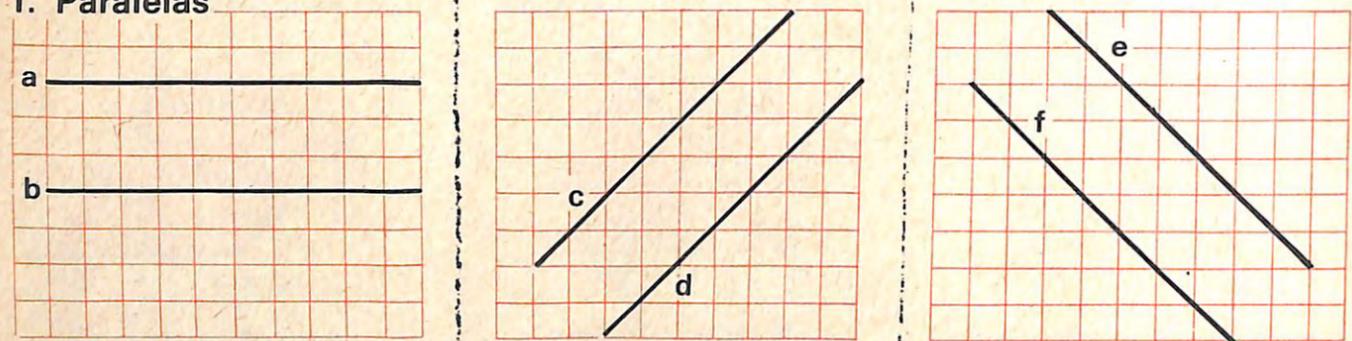
b) Escreva **reto**, **agudo** ou **obtuso**, para os ângulos das figuras seguintes

[handwritten: agudo] .... [handwritten: agudo] .... [handwritten: reto] ....

[handwritten: obtuso] .... [handwritten: agudo] .... [handwritten: obtuso] ....

c) Desenhe você um ângulo

Reto | **Agudo** | **Obtuso**

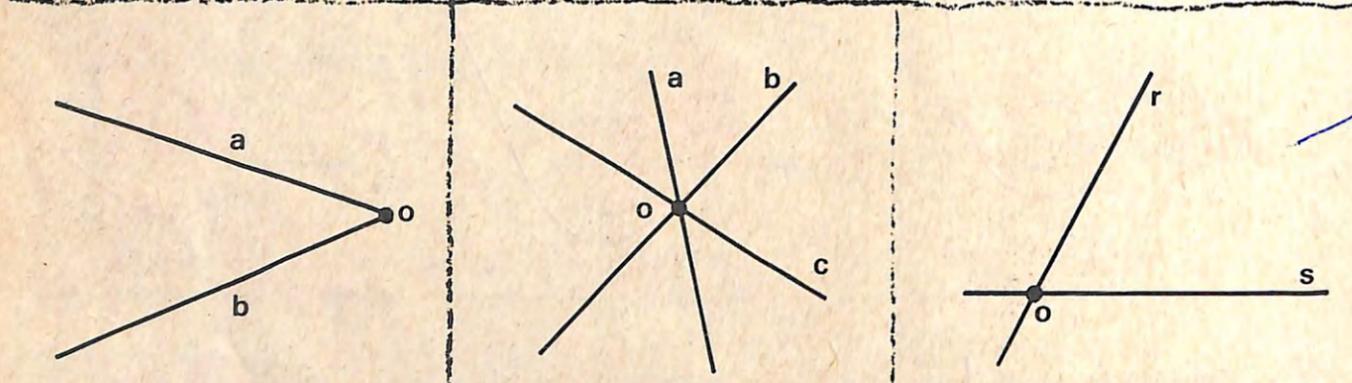
Retas Paralelas e Retas Concorrentes

1. Paralelas

a b c d e f

Estas são **retas paralelas.**

Duas retas paralelas **não** têm pontos comuns. Também a distância entre elas é sempre a mesma.

2. Concorrentes

a b o | a b c o | r s o

Estas são **retas concorrentes.** Elas têm um ponto **O** comum.
Elas **concorrem** para um mesmo ponto.

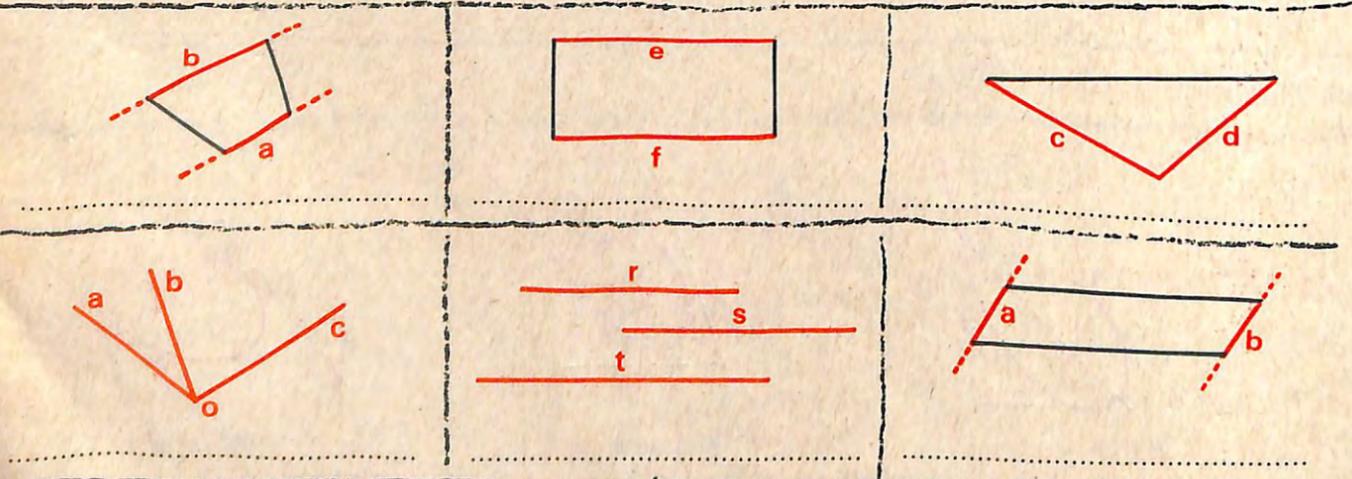
1. Escreva o nome da posição relativa das retas nestas figuras

b a | e f | c d

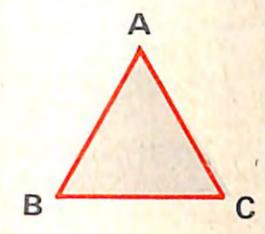
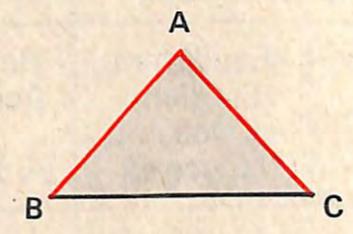
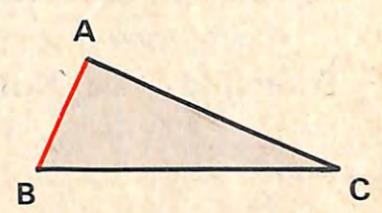
.... | .... | ....

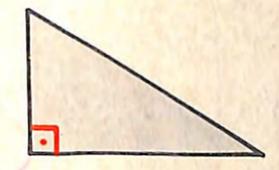
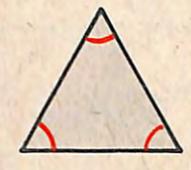
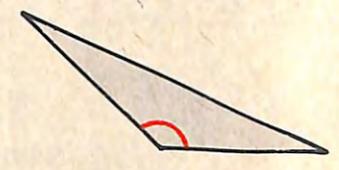
a b c o | r s t | a b

.... | .... | ....

Retas Paralelas e Concorrentes. O paralelismo caracterizado pela imagem - sem defini-lo. Importa reconhecer retas paralelas ou retas concorrentes nas figuras geométricas. Reforce este trabalho.

Classificação dos Triângulos

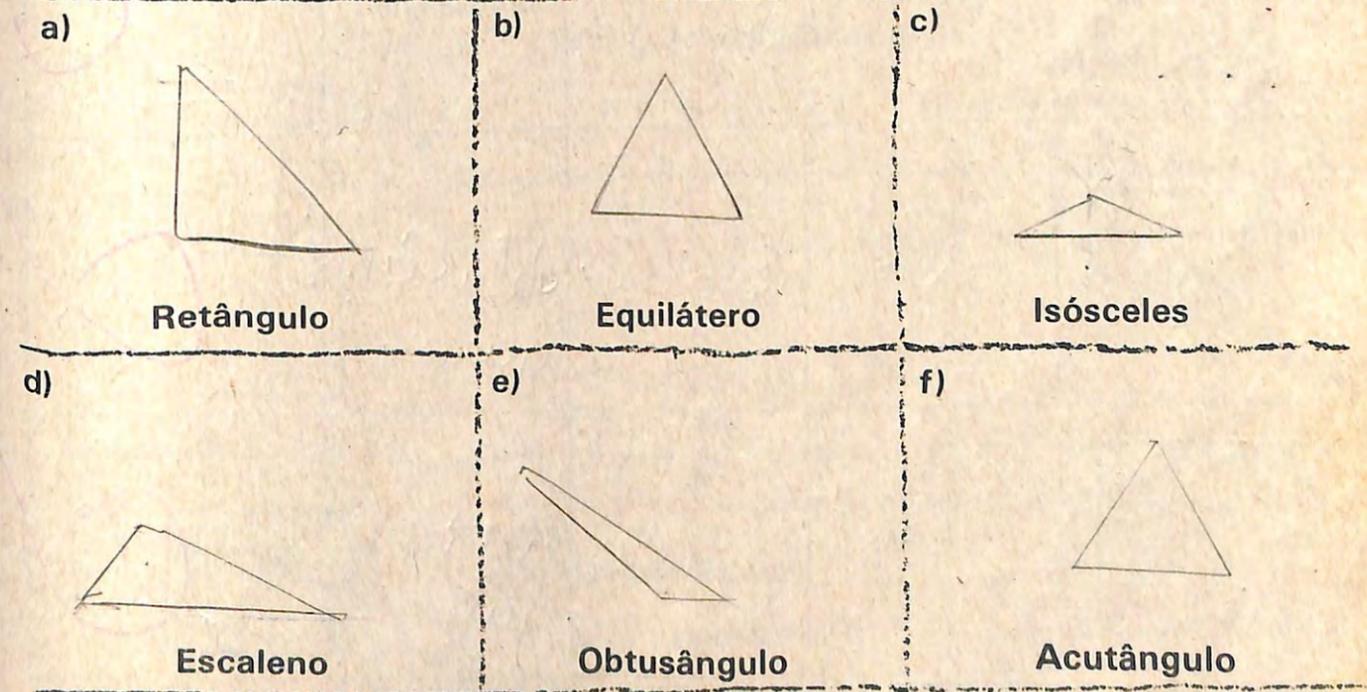
1. Quanto aos lados

A B C | A B C | A B C

Equilátero: 3 lados de medidas iguais.

Isósceles: 2 lados de medidas iguais.

Escaleno: lados com medidas diferentes.

2. Quanto aos ângulos

Retângulo: um ângulo reto.

Acutângulo: Três ângulos agudos.

Obtusângulo: um ângulo obtuso.

3. Desenhe você um triângulo

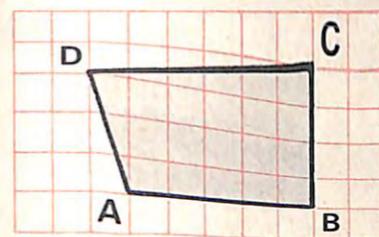
a)	b)	c)
Retângulo	**Equilátero**	**Isósceles**

d)	e)	f)
Escaleno	**Obtusângulo**	**Acutângulo**

Classificação dos Triângulos. Dizemos *"lados de medidas iguais"* e não *"lados iguais"*, pois um segmento $\overline{AB}$ só é igual a ele mesmo. Ele ($\overline{AB}$) pode ter medida igual a outro ($\overline{AC}$) porém $\overline{AB}$ nunca é igual a $\overline{AC}$, a menos que sejam coincidentes.

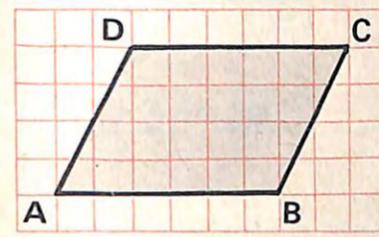
4. Exercícios sobre triângulos

Observe os triângulos e complete a tabela

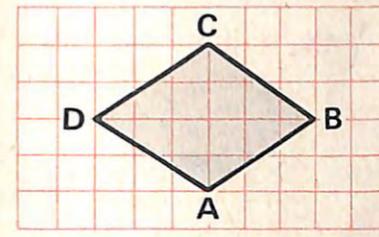
Triângulo	Notação	Equilátero, Escaleno ou isósceles	Retângulo, Acutângulo ou obtusângulo	Desenhe outro semelhante
A, B, C	△ABC	Equilátero	acutângulo	
P, Q, R	△PQR	isósceles	acutângulo	
L, M, N	△LMN	Isósceles	obtusângulo	
Y, X, Z	△XYZ	Escaleno	obtusângulo	
F, G, E	△EFG	Isósceles	Retângulo	

Observe estes quadriláteros

Quadrilátero é o polígono de quatro lados.

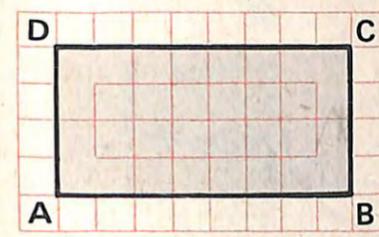
A, B, C e D são vértices.

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ são lados.

Paralelogramo é um quadrilátero.

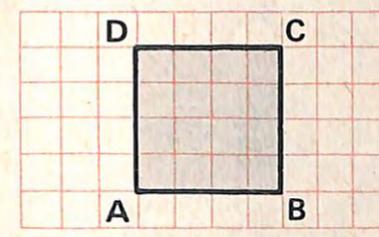
Os lados opostos são paralelos.

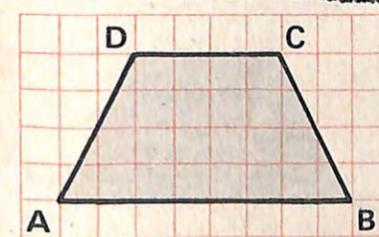
$\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{DC}$ e $\overline{AD}$ é paralelo a $\overline{BC}$.

Losango é um paralelogramo.

Os lados todos têm a mesma medida.

AB = BC = CD = DA.

Retângulo é um paralelogramo.

Os ângulos são todos retos.

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$ = um ângulo reto.

Quadrado é um retângulo cujos lados têm medidas iguais.

AB = BC = CD = DA

Trapézio é um quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos.

$\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{CD}$.

Quadriláteros. Aqui fez-se a aplicação dos conceitos de *paralelismo* e de *ângulo reto*. Todavia, são muitas definições de uma só vez para o principiante. Construa estes quadriláteros em cartolina colorida. Reforce as diferenças e as semelhanças entre as figuras para formar os conceitos enunciados.

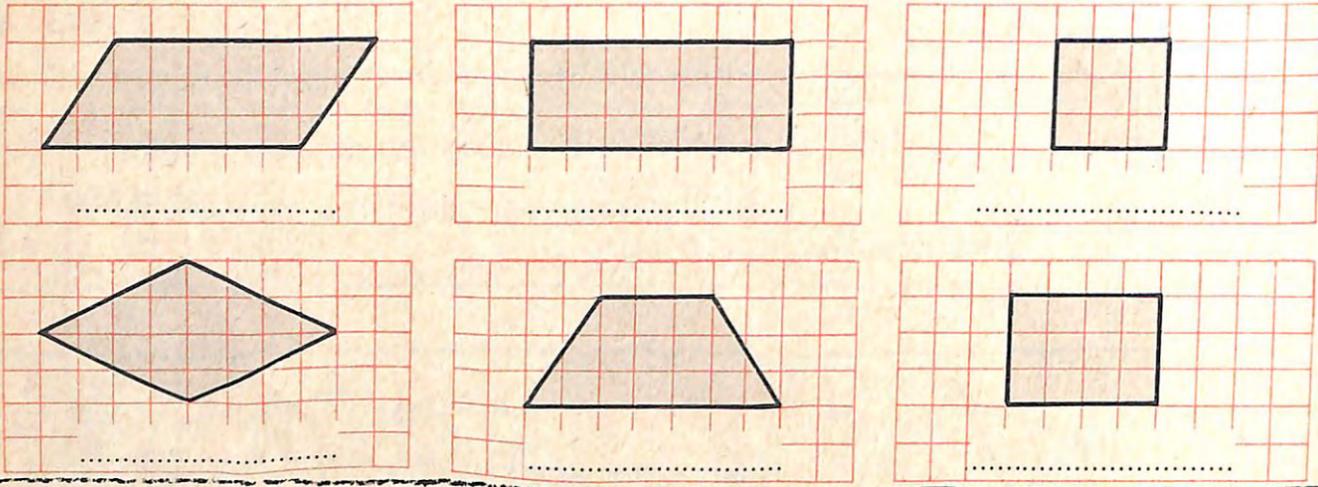
1. Reconheça e coloque os nomes

....

....

2. Construa você um

Losango | Quadrado | Retângulo

Quadrilátero | Paralelogramo | Trapézio

3. Coloque (V) verdadeiro ou (F) falso nas sentenças seguintes

a) Todo losango é um paralelogramo. ( )

b) Todo quadrilátero é retângulo. ( )

c) Todo retângulo é um quadrilátero. ( )

d) Todo quadrado é um retângulo. ( )

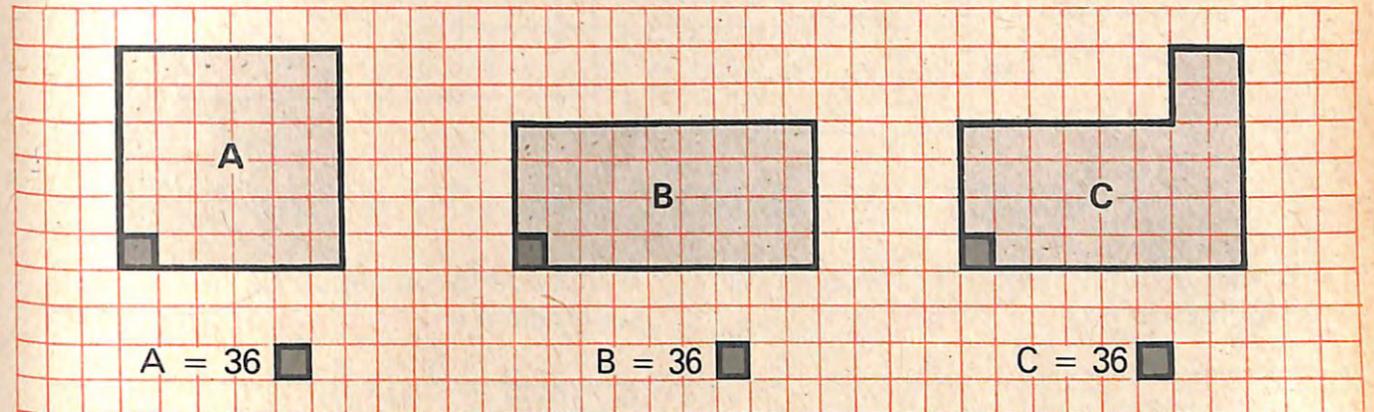
e) Todo retângulo é quadrado. ( )

f) Todo quadrilátero é losango. ( )

Extensão das Figuras Planas — Cálculo de Áreas

Figuras diferentes podem ter a ***mesma extensão***. Observe as figuras seguintes e calcule a extensão de cada uma em relação à unidade ■ . De fato

A B C

A = 36 ■ B = 36 ■ C = 36 ■

A medida da extensão de uma figura, chama-se **área** dessa figura. A **área** é sempre um número.

Para medir a extensão da superfície das figuras planas necessitamos unidades de medida.

1. Calcule você, nas unidades indicadas, as áreas das seguintes figuras

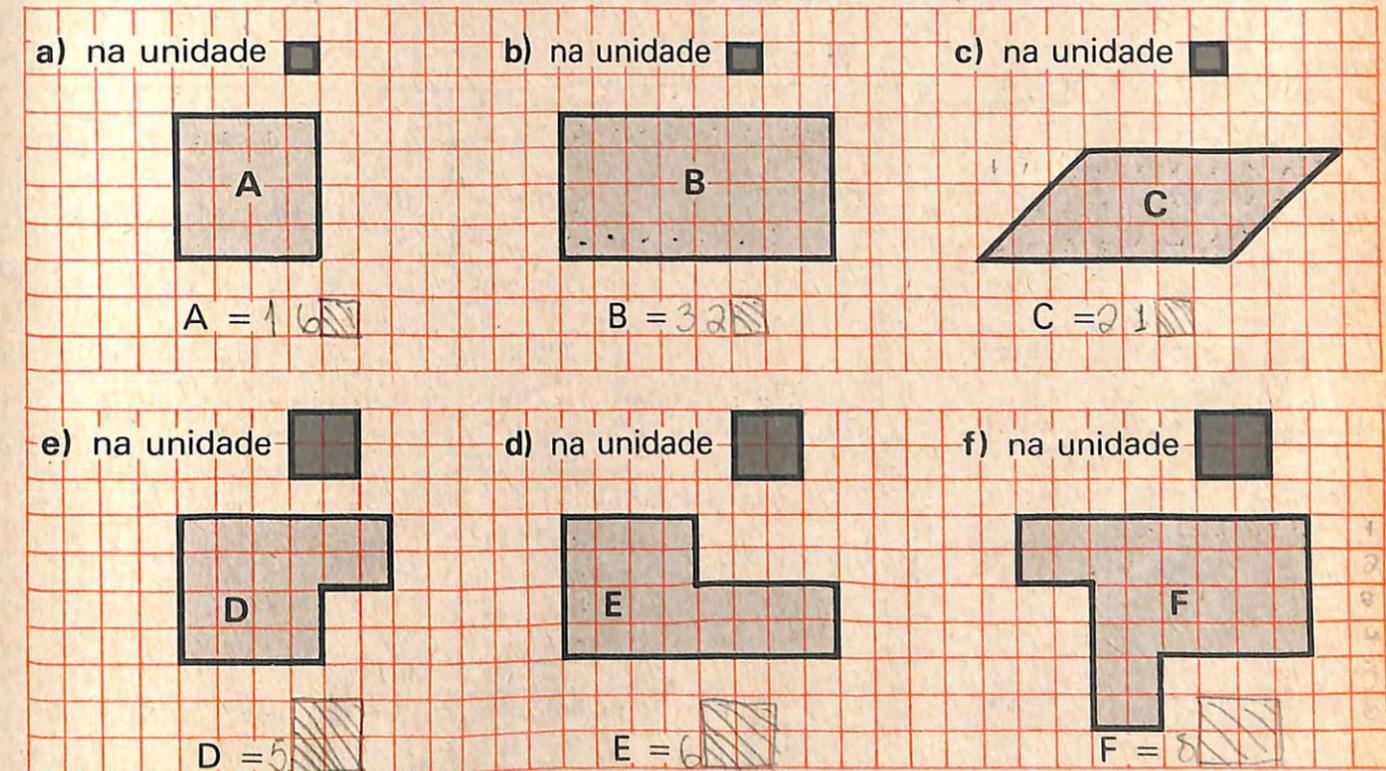
a) na unidade ■ **b)** na unidade ■ **c)** na unidade ■

A B C

A = B = C =

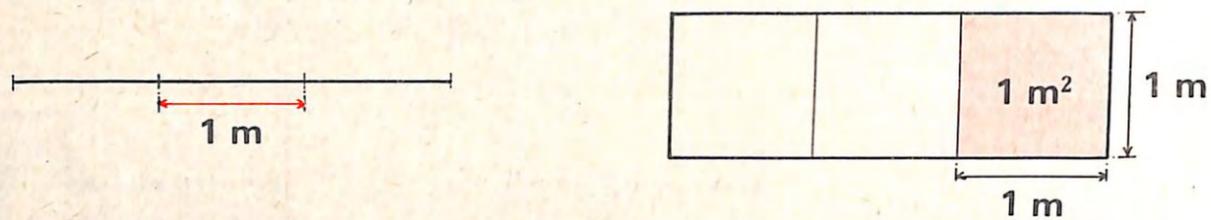
e) na unidade ■ **d)** na unidade ■ **f)** na unidade ■

D E F

D = E = F =

Extensão e Área das Figuras Planas. Extensão é um termo mais intuitivo; indica a grandeza da figura. Área é sempre *um número real* associado à figura — mediante certa lei de medida —. Aqui a área se inicia pela contagem de quadradinhos.

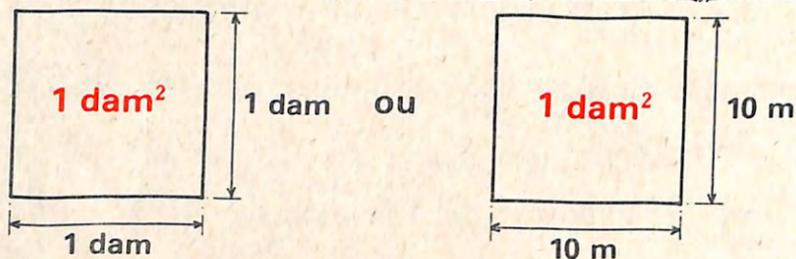
Medidas de Superfície

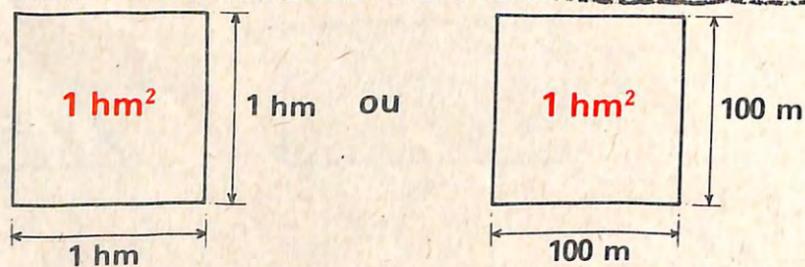
1 m

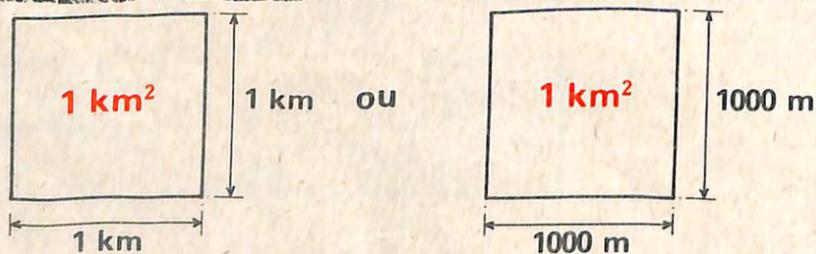
1 m^2 — 1 m × 1 m

A unidade fundamental de medidas de comprimento é o **metro (m)**.

A unidade fundamental de medidas de superfície é o **metro quadrado (m^2)**

Os Múltiplos do metro quadrado

1 dam^2 (1 dam × 1 dam) ou 1 dam^2 (10 m × 10 m)

1 dam^2 = 10 × 10 m^2 = **100 m^2**

1 hm^2 (1 hm × 1 hm) ou 1 hm^2 (100 m × 100 m)

1 hm^2 = 100 × 100 m^2 = **10000 m^2**

1 km^2 (1 km × 1 km) ou 1 km^2 (1000 m × 1000 m)

1 km^2 = 1000 × 1000 m^2 = **1000000 m^2**

Medidas de Superfície. O cálculo de áreas exige o conhecimento das unidades para medir superfícies, isto é, calcular suas extensões — Começamos com o Metro Quadrado que é o quadrado que mede 1m de lado.

km^2		hm^2		dam^2		m^2	
	1	0	0	0	0	0	0

1 km^2 = 100 hm^2 = 10000 dam^2 = 1000000 m^2

Veja:

5,48 km^2 = 5 km^2 e 48 hm^2

18,3563 km^2 = 18 km^2, 35 hm^2 e 63 dam^2

8,20174 km^2 = 8 km^2, 20 hm^2 e 17 dam^2 e 70 m^2

1. Complete

a) 3,32 dam^2 = ... dam^2 e .... m^2

b) 16,3805 hm^2 = ...

c) 8,63002 km^2 = ...

d) 25,0073 hm^2 = ...

2. Represente

a) 3 hm^2 e 50 dam^2 = ... hm^2

b) 4 km^2, 8 hm^2 e 27 m^2 = ...

c) 38 dam^2 e 3 m^2 = ...

d) 9 hm^2, 5 dam^2 e 47 m^2 = ...

e) 1 km^2, 3 hm^2 e 53 m^2 = ...

$km^2 \xrightarrow{\times 100} hm^2 \xrightarrow{\times 100} dam^2 \xrightarrow{\times 100} m^2$

$m^2 \xrightarrow{\div 100} dam^2 \xrightarrow{\div 100} hm^2 \xrightarrow{\div 100} km^2$

1. Observe e complete

a) $dam^2 \xrightarrow{\times 100} m^2$

1 dam^2 = 1 × 100 m^2 = 100 m^2
3 dam^2 = 3 × 100 m^2 = ... m^2
1,9 dam^2 = ... = ... m^2
0,7 dam^2 = ... = ... m^2
0,02 dam^2 = ... = ... m^2

b) $m^2 \xrightarrow{\div 100} dam^2$

1 m^2 = 1 ÷ 100 dam^2 = 0,01 dam^2
200 m^2 = 200 ÷ 100 dam^2 = ... dam^2
30 m^2 = ... = ... dam^2
185 m^2 = ... = ... dam^2
429 m^2 = ... = ... dam^2

c) $m^2 \xleftarrow{\times 100} dam^2 \xleftarrow{\times 100} hm^2$

1 hm^2 = 1 × 10000 m^2 = 10000 m^2
5 hm^2 = 5 × 10000 m^2 = ... m^2
0,2 hm^2 = ... = ... m^2
1,376 hm^2 = ... = ... m^2
0,0004 hm^2 = ... = ... m^2

d) $hm^2 \xleftarrow{\div 100} dam^2 \xleftarrow{\div 100} m^2$

1 m^2 = 1 ÷ 10000 hm^2 = 0,0001 hm^2
30000 m^2 = 30000 ÷ 10000 hm^2 = 0,0001 hm^2
6000 m^2 = ... = ... hm^2
36721 m^2 = ... = ... hm^2
620000 m^2 = ... = ... hm^2

e) $m^2 \xleftarrow{\times 100} dam^2 \xleftarrow{\times 100} hm^2 \xleftarrow{\times 100} km^2$

1 km^2 = 1 × 10000 m^2 = 100000 m^2
2 km^2 = 2 × 1000000 m^2 = ... m^2
0,8 km^2 = ... = ... m^2
0,003 km^2 = ... = ... m^2
0,0283 km^2 = ... = ... m^2

f) $km^2 \xleftarrow{\div 100} hm^2 \xleftarrow{\div 100} dam^2 \xleftarrow{\div 100} m^2$

1 m^2 = 1÷1000000 km^2 = 0,000001 km^2
7000000 m^2 = 7000000÷1000000 km^2 = ... km^2
3200 m^2 = ... = ... km^2
7580 m^2 = ... = ... km^2
3000 m^2 = ... = ... km^2

3,827 dam^2 = 382,7 m^2
3,827 hm^2 = 38270 m^2
3,827 km^2 = 3827000 m^2

154326 m^2 = 1543,26 dam^2
154326 m^2 = 15,4326 hm^2
154326 m^2 = 0,154326 km^2

1. Complete

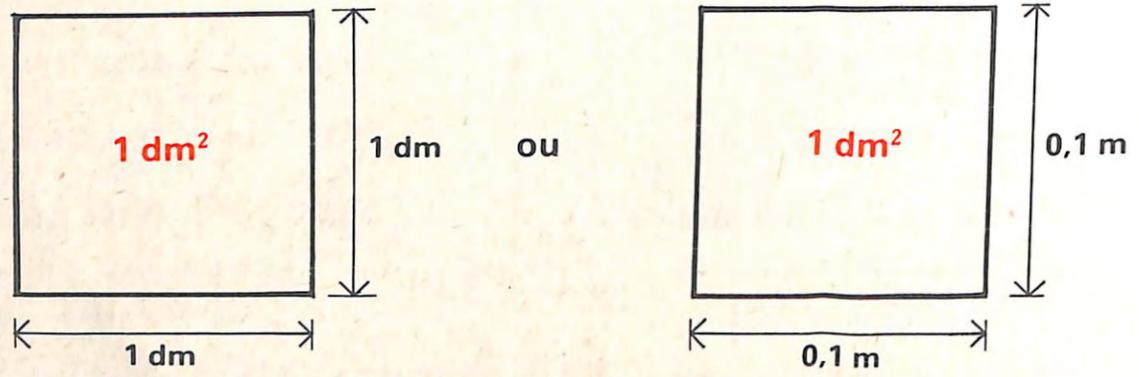
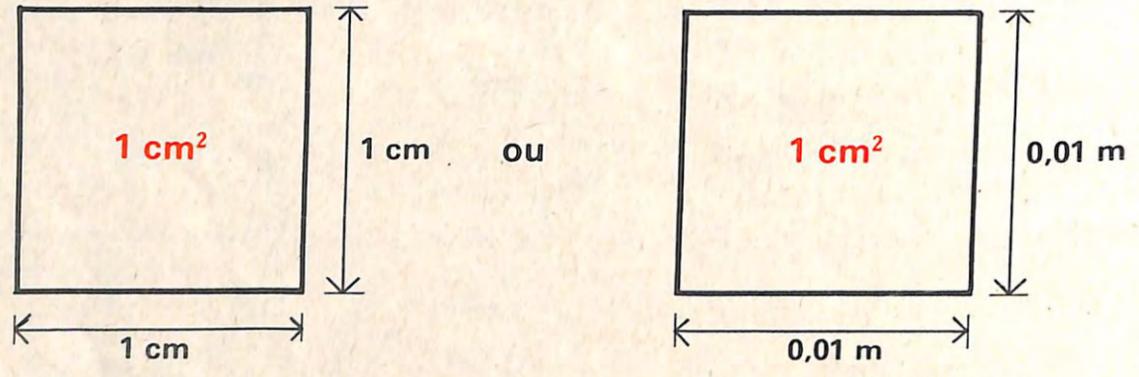
a) 6 km^2 = 600 hm^2 = 60000 dam^2 = 6000000 m^2
b) 3,2895 km^2 = ... hm^2 = ... dam^2 = ... m^2
c) 0,01324 km^2 = ... hm^2 = ... dam^2 = ... m^2
d) 2596 m^2 = ... dam^2 = ... hm^2 = ... km^2
e) 102934 m^2 = ... dam^2 = ... hm^2 = ... km^2
f) 500 m^2 = ... dam^2 = ... hm^2 = ... km^2

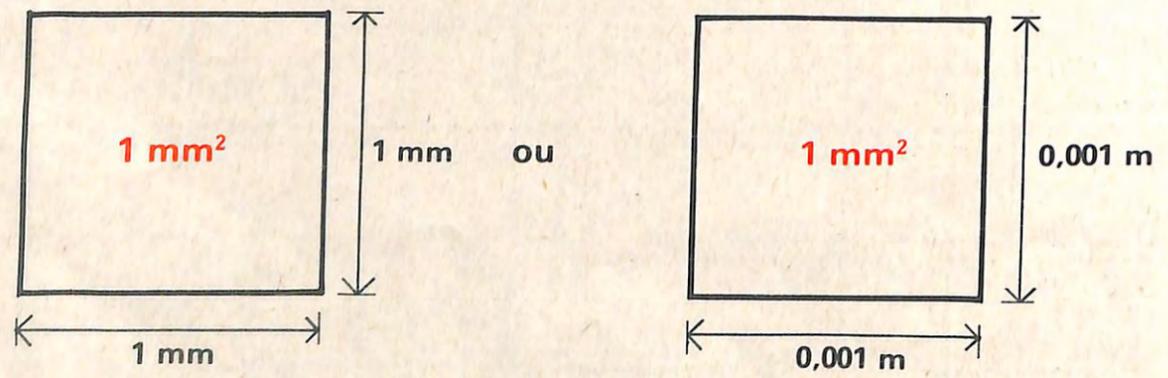
2. Complete a tabela

km^2	3				0,07		
hm^2			0,02				
dm^2				5			700
m^2		4000				63900	

1 dm² — 1 dm × 1 dm ou 1 dm² — 0,1 m × 0,1 m

$1\ dm^2 = 0{,}1 \times 0{,}1\ m^2 = 0{,}01\ m^2$

1 cm² — 1 cm × 1 cm ou 1 cm² — 0,01 m × 0,01 m

$1\ cm^2 = 0{,}01 \times 0{,}01\ m^2 = 0{,}0001\ m^2$

1 mm² — 1 mm × 1 mm ou 1 mm² — 0,001 m × 0,001 m

$1\ mm^2 = 0{,}001 \times 0{,}001\ m^2 = 0{,}000001\ m^2$

m²		dm²		cm²		mm²	
	1	0	0	0	0	0	0

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10000\ cm^2 = 1000000\ mm^2$

Veja

$3{,}85\ cm^2 = 3\ cm^2$ e $85\ mm^2$

$4{,}1732\ m^2 = 4\ m^2$, $17\ dm^2$ e $32\ cm^2$

$6{,}732\ dm^2 = 6\ dm^2$, $73\ cm^2$ e $20\ mm^2$

1. Complete

a) $7{,}48\ m^2$ = ... m² e .... dm²

b) $9{,}3807\ dm^2$ = ...

c) $3{,}075\ m^2$ = ...

d) $19{,}35\ cm^2$ = ...

2. Represente

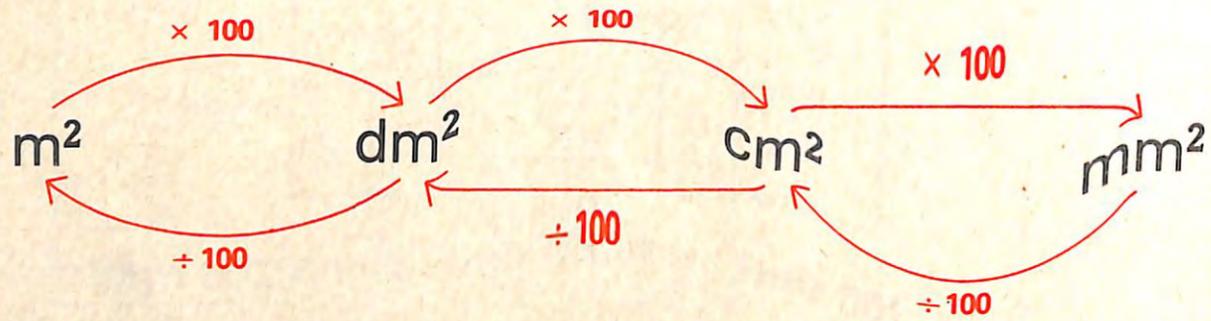
a) $35\ m^2$ e $7\ dm^2 = 35{,}07\ m^2$

b) $8\ cm^2$ e $35\ mm^2$ = ...

c) $7\ dm^2$, $32\ cm^2$ e $20\ mm^2$ = ...

d) $9\ dm^2$ e $3\ cm^2$ = ...

$m^2 \xrightarrow{\times 100} dm^2 \xrightarrow{\times 100} cm^2 \xrightarrow{\times 100} mm^2$

$mm^2 \xrightarrow{\div 100} cm^2 \xrightarrow{\div 100} dm^2 \xrightarrow{\div 100} m^2$

1. Observe e complete

$m^2 \xrightarrow{\times 100} dm^2$

a) 1 m² = 1 × 100 dm² = 100 dm²
2 m² = 2 × 100 dm² = ... dm²
0,25 m² = ... = ... dm²
0,03 m² = ... = ... dm²
1,007 m² = ... = ... dm²

$dm^2 \xrightarrow{\div 100} m^2$

b) 1 dm² = 1 ÷ 100 m² = 0,01 m²
400 dm² = 400 ÷ 100 m² = ... m²
357 dm² = ... = ... m²
12 dm² = ... = ... m²
4 dm² = ... = ... m²

$m^2 \xrightarrow{\times 100} dm^2 \xrightarrow{\times 100} cm^2$

c) 1 m² = 1 × 10000 cm² = 10000 cm²
5 m² = 5 × 10000 cm² = ... cm²
0,8 m² = ... = ... cm²
0,0032 m² = ... = ... cm²
0,1201 m² = ... = ... cm²

$cm^2 \xrightarrow{\div 100} dm^2 \xrightarrow{\div 100} m^2$

d) 1 cm² = 1 ÷ 10000 m² = 0,0001 m²
30000 cm² = 30000 ÷ 10000 m² = ... m²
28000 cm² = ... = ... m²
1500 cm² = ... = ... m²
283 cm² = ... = ... m²

$m^2 \xrightarrow{\times 100} dm^2 \xrightarrow{\times 100} cm^2 \xrightarrow{\times 100} mm^2$

e) 1 m² = 1 × 1000000 m² = 1000000 mm²
7 m² = 7 × 1000000 m² = ... mm²
0,004 m² = ... = ... mm²
0,02032 m² = ... = ... mm²
1,0206 m² = ... = ... mm²

$mm^2 \xrightarrow{\div 100} cm^2 \xrightarrow{\div 100} dm^2 \xrightarrow{\div 100} m^2$

f) 1 mm² = 1 ÷ 1000000 m² = 0,000001 m²
2570 mm² = 2570 ÷ 1000000 = ... m²
423000 mm² = ... = ... m²
12000 mm² = ... = ... m²
3240 mm² = ... = ... m²

3,568 m² = 356,8 dm²
3,568_ m² = 35680 cm²
3,568_ _ m² = 3568000 mm²

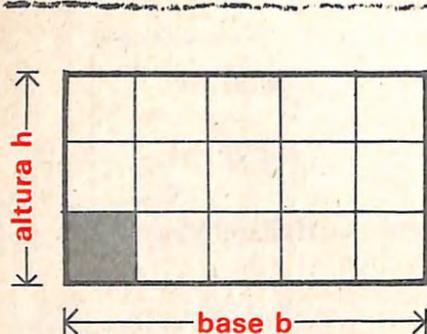
19856 dm² = 198,56 m²
19856 cm² = 1,9856 m²
19856 mm² = 0,019856 m²

1. Complete

a) 4 m² = 400 dm² = 40000 cm² = 4000000 mm²
b) 0,081 m² = ... dm² = ... cm² = ... mm²
c) 0,40372 m² = ... dm² = ... cm² = ... mm²
d) 193 mm² = ... cm² = ... dm² = ... m²
e) 259700 mm² = ... cm² = ... dm² = ... m²
f) 380000 mm² = ... cm² = ... dm² = ... m²

2. Complete a tabela

m²	3				0,09		
dm²		0,8					1,2
cm²			1300			270	
mm²				600000			

Área do Retângulo

altura h

base b

Cada unidade ▢ é um cm^2.

A área é 15 ▢ ou 15 cm^2.

A mesma área obtém-se medindo-se a base **b** = 5 cm e a altura **h** = 3 cm.

$$\text{Área} = 5\ cm \times 3\ cm = 15\ cm^2$$

ou $A = b \times h$

Conclue-se:

A área de um retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura desse retângulo.

Exercícios

1. Calcule a área da mesa de sua professora sabendo-se que tem 1,5 m de comprimento e 0,8 m de largura.

2. Uma cama tem 2,34 m^2 de área. Qual é o seu comprimento em dm, sabendo-se que tem 12 dm de largura?

3. Sua carteira tem 3,5 m^2 de área. Qual é a sua largura em m, sabendo-se que tem 70 cm de comprimento?

4. Quanto gastarei para fazer uma cortina para uma janela de 250 cm por 40 dm, se cada metro quadrado de tecido custa Cr$ 560,00?

5. Tenho um terreno que mede 90 dm por 2000 cm e quero plantar 12 cravos em cada metro quadrado. Quantos cravos plantarei no meu terreno?

6. Meu jardim tem 15,37 m^2. Quero fazer 5 canteiros de 130 cm por 15 dm cada um. Qual será a área desocupada do jardim?

7. Em uma parede há um quadro de 70 cm por 0,9 m. Qual é a área desta parede sabendo-se que a área desocupada é 22,12 m^2?

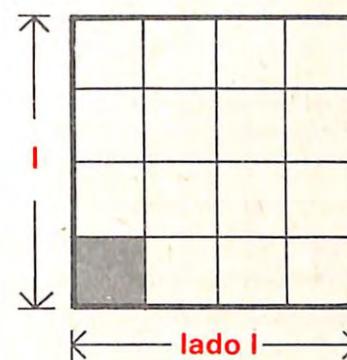
8. O metro quadrado de uma fazenda custa Cr$ 270,00. Calcular o valor de $\frac{1}{3}$ da peça desta fazenda sabendo-se que tem 30 m de comprimento e 0,90 m de largura.

9. Meu quarto mede 4,40 m por 3,50 m e a cozinha mede 320 cm por 42 dm. Qual a área em m dos dois juntos?

10. Minha estante mede 52 dm por 50 cm. Em cada metro quadrado colocarei 12 livros. Quantos livros colocarei na estante?

Área do Retângulo. A medida direta (contando quadradinhos) é intuitiva, pois compara o retângulo com o ente geométrico da mesma espécie (quadrado de lado unitário). Como a medida direta não é prática, então deduz-se por indução vulgar a fórmula $A = b \times h$.

Área do Quadrado

l

lado l

Cada unidade ▢ é um cm^2.

A área é 16 ▢ ou 16 cm^2.

A mesma área obtém-se medindo-se o lado **l** = 4 cm.
Daí:

$$\text{Área} = 4\ cm \times 4\ cm = 16\ cm^2$$

ou $A = l \times l$ ou $A = l^2$

Conclue-se:

A área do quadrado é igual ao produto da medida do lado por si mesma, ou seja, é igual ao quadrado da medida do lado.

Exercícios

1. Calcular a área de um quadrado que tem 7,2 dm de lado.

2. Paguei Cr$ 3708,00 para pintar um armário quadrado de 6 m de lado. Quanto custou o metro quadrado?

3. Um espelho tem 8 dm de lado. Qual a sua área em centímetros quadrados?

4. O metro quadrado de uma fazenda custa Cr$ 320,00. Quanto pagarei por uma peça desta fazenda se tem 4 m de lado?

5. Para ladrilhar um banheiro com 49 m^2, de quantos ladrilhos de 7 cm de lado, precisarei?

6. Uma toalha de 2,5 m de lado custa Cr$ 1125,00. Qual o preço do metro quadrado?

7. O metro quadrado de carpete custa Cr$ 720,00. Quanto pagarei para carpetar o meu quarto de 4 m de lado e de meu irmão de 3,8 m de lado?

8. Para bordar uma toalha quadrada de 120 cm de lado gastei Cr$ 2,00 por centímetro quadrado. Quanto gastarei para bordar uma dúzia de toalhas?

9. Para ladrilhar uma calçada de 7 m de lado, foram gastos Cr$ 4900,00. Sabendo-se que um ladrilho tem 5 dm de lado, qual foi o preço de cada um deles?

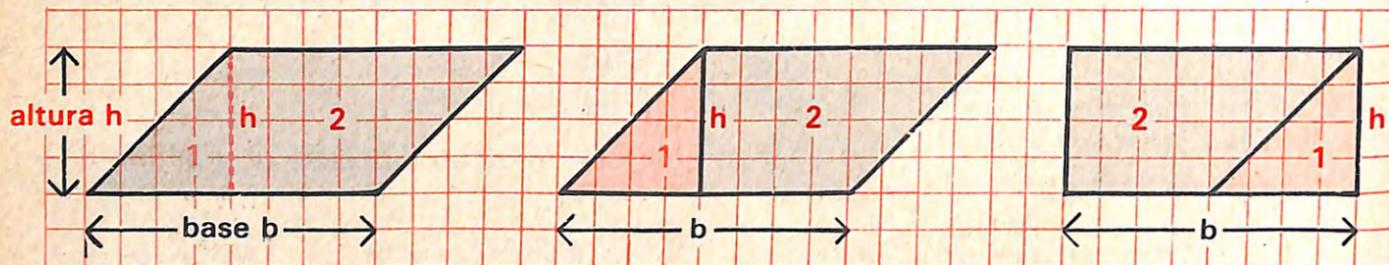
10. Tenho um tapete de 64 m^2 e quero carpetar meu quarto de 60 dm de lado. Quantos metros quadrados de tapete sobrarão?

Área do Paralelogramo

Veja como o paralelogramo se transforma num retângulo

altura h h 2 1 base b

h 2 1 b

2 h 1 b

A = 1 + 2   A = 1 + 2   1 + 2 = b × h

Então: **A = base × altura** ou **A = b × h**

Conclue-se:

A área de um paralelogramo é equivalente à área de um retângulo que tem a mesma base e a mesma altura do paralelogramo.

Exercícios

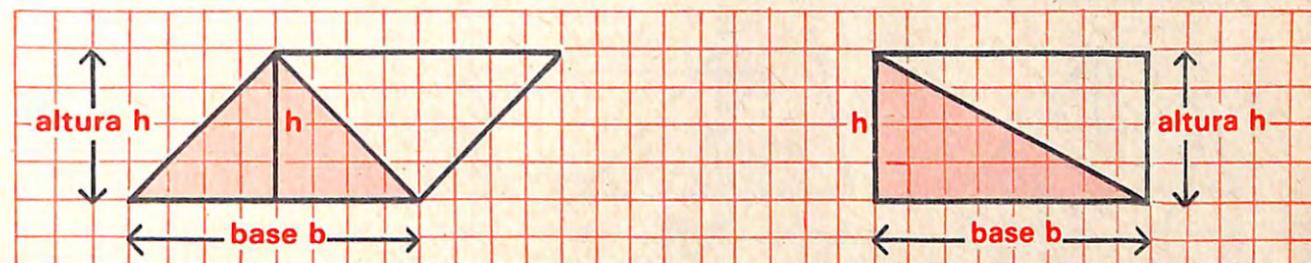
1. A área de um paralelogramo é 60 cm^2. Determine a medida de sua base em decímetros, sabendo-se que a altura mede 0,5 dm.
2. Calcular a área de um paralelogramo sabendo-se que sua base é 3,5 cm e a altura, a quinta parte.
3. A altura de um paralelogramo é 4 m e a base, o quíntuplo. Qual é a sua área?
4. A área de um paralelogramo é 45 m^2. Determine a medida de sua altura em centímetros, sabendo-se que a base mede 1500 cm.
5. Calcular a área de um paralelogramo sabendo-se que sua altura é 4,9 dm e a base, o triplo.
6. A base de um paralelogramo é 27 dm e a altura, a nona parte. Qual é a sua área?
7. A área de um paralelogramo é 46 dm^2. Determine a medida de sua base em decímetros, sabendo-se que a altura mede 20 cm.
8. Um terreno com forma de paralelogramo foi comprado por Cr$ 1944000,00. Sabendo-se que o metro quadrado custou Cr$ 27000,00 e a base do terreno mede 12 m, calcular a medida da altura.

Área do Paralelogramo. Mostre a equivalência entre um paralelogramo e um retângulo (de mesma base e mesma altura) recortando as figuras em cartões a cores. Cada aluno repete o experimento.

Área do Triângulo

Observe que um triângulo é sempre metade de um paralelogramo ou metade de um retângulo

altura h h base b

h altura h base b

$A_{▱} = b \times h$ $A_{□} = b \times h$

Logo $A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}$ Logo $A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}$

Conclue-se:

A área do triângulo é igual ao semi-produto da medida de sua base pela medida de sua altura.

Exercícios

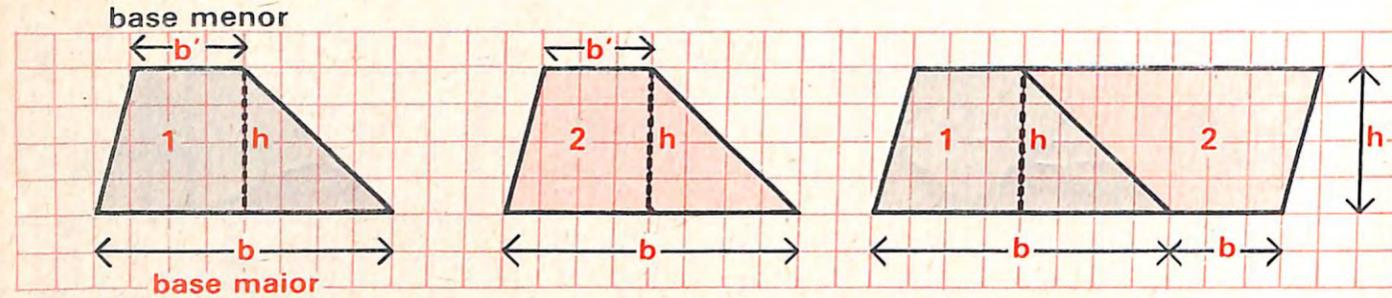
1. Calcule a área em centímetros quadrados de um triângulo que tem base 4,6 cm e altura 0,63 dm.
2. A base de um triângulo mede 2,3 dm e sua altura, o quíntuplo da medida da base. Qual é a sua área?
3. A área de um triângulo é 24,8 cm^2 e sua base mede 4 cm. Qual a medida da altura?
4. A altura de um triângulo mede 8 cm e sua base, a quarta parte da medida da altura. Qual é a sua área?
5. A área de um triângulo é 38,4 dm^2 e sua altura mede 12 cm. Qual a medida da base?
6. Calcule a área de um triângulo em decímetros quadrados sabendo-se que sua base mede 5,6 cm e sua altura, o triplo.
7. Calcule a área de um triângulo sabendo-se que sua altura mede 13,2 m e sua base, a metade.
8. Quanto se gastará para ladrilhar um quintal triangular cuja base mede 8 m e a altura 4 m, se o metro quadrado custa Cr$ 460,00?

Área do Triângulo. Cartões a cores mostrarão as equivalências entre um paralelogramo e o dobro de um triângulo. Façam os alunos construírem os modelos em cartolinas.

Área do Trapézio

Observe que dois trapézios formam sempre um paralelogramo. Basta colocá-lo como nas figuras seguintes.

base menor

base maior

Veja:

A_{1+2} = Área do paralelogramo ou $A_{1+2} = (b + b') \times h$

Logo

A_1 = metade da área do paralelogramo ou $A_1 = \frac{1}{2}(b + b') \times h$

ou $A_1 = \frac{b + b'}{2} \times h$

Conclue-se:

A área do trapézio é igual ao produto da medida de sua altura pelo semi-soma das bases.

Exercícios

1. Determine a área de um trapézio em centímetros qudrados, cuja bases medem 30 cm e 4,2 dm e a altura, 3 m.

2. Determinar a área de um trapézio cujas bases medem 28 dm e 12 dm e a altura mede $\frac{1}{3}$ da medida da base menor.

3. Qual é a área de um trapézio, sabendo-se que a base menor mede 4 m, a altura 3 m e a base maior, o dobro da menor.

4. Determinar a altura de um trapézio sabendo-se que sua área é de 36 cm, sua base maior mede 2,4 dm e a base menor 12 cm.

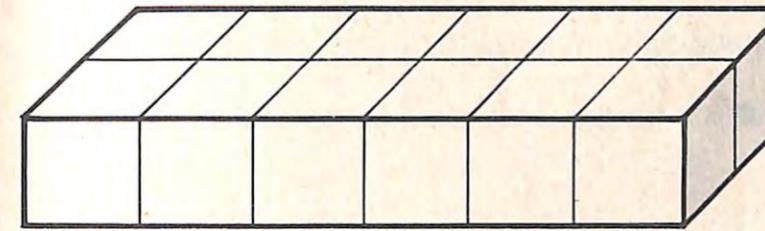
5. Determinar a base maior de um trapézio sabendo-se que sua área é 105 m^2, sua altura mede 3 m e a base menor 24 m.

6. Qual é a área de um trapézio, sabendo-se que a base maior mede 36 cm, a altura 5 cm e a base menor, a terça parte da maior.

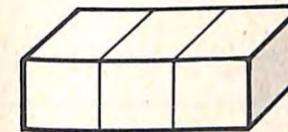
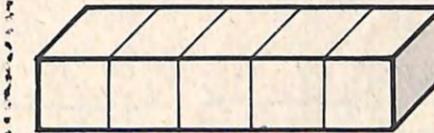
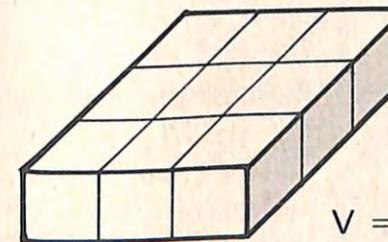
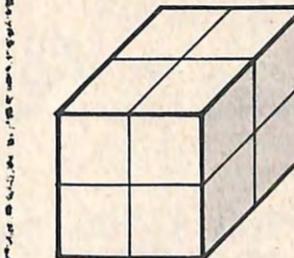
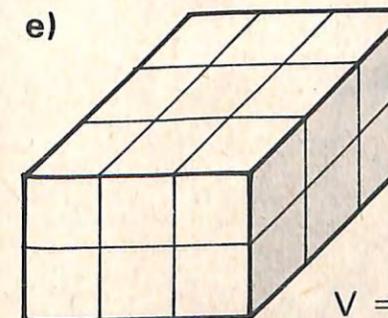
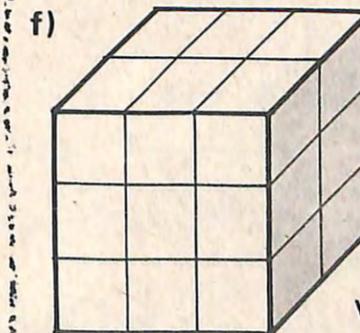
Área do Trapézio. A fórmula foi *"construída"*. O aluno deverá construí-la em cartões a cores para entender a pequena dedução. A fórmula apenas decorada não terá significado.

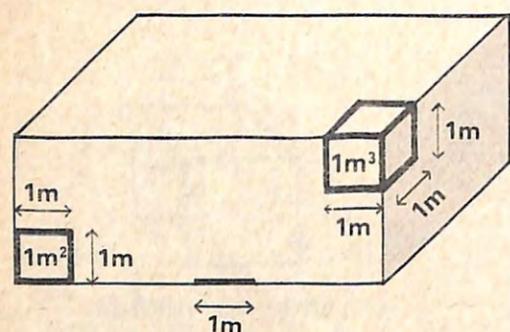
Volume

Qual o espaço ocupado pela figura?

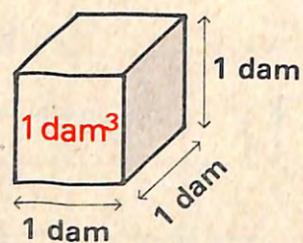
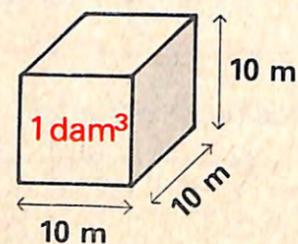
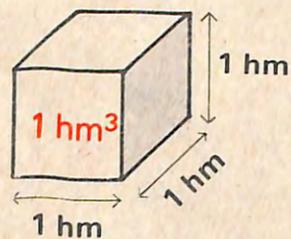
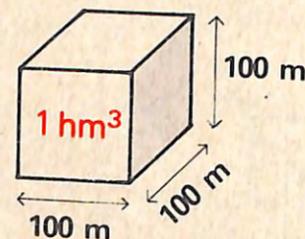
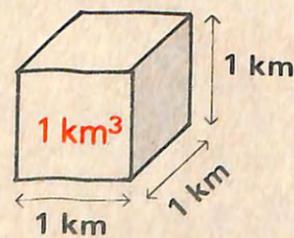
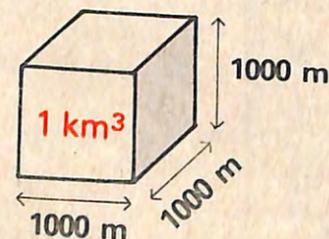
Use como unidade de medida.

O espaço ocupado pela figura é de 10 unidades.

Dizemos que o **volume** da figura é de 10 unidades.

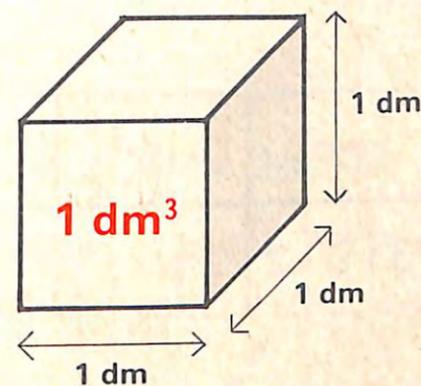
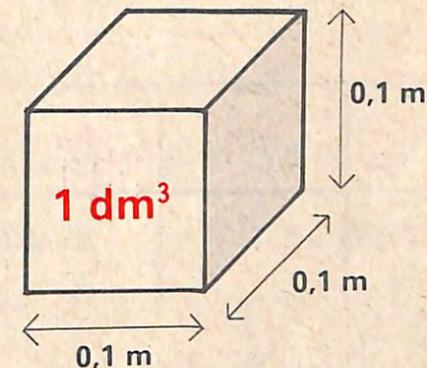
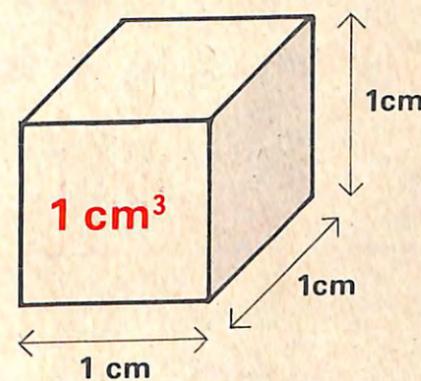
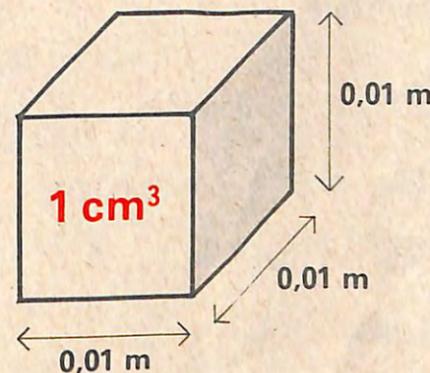
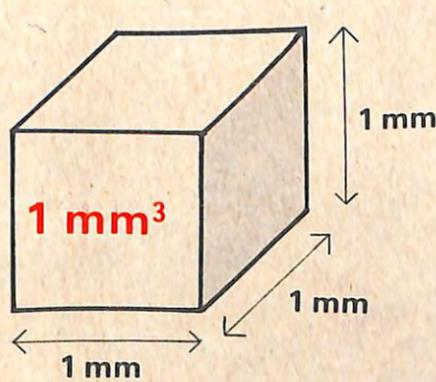
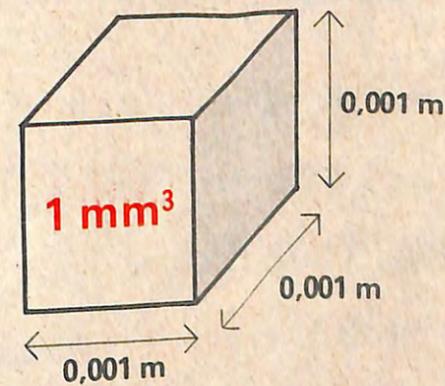
Determine o volume das figuras abaixo, usando como unidade de medida

a) V = ... unidades

b) V = ... unidades

c) V = ... unidades

d) V = ... unidades

e) V = ... unidades

f) V = ... unidades

Medidas de Volume

O espaço que um corpo ocupa é chamado **volume**.

A unidade fundamental de medida de volume é o **metro cúbico (m^3)**

Os múltiplos do metro cúbico

$$1\ dam^3 = 10 \times 10 \times 10\ m^3 = 1000\ m^3$$

$$1\ hm^3 = 100 \times 100 \times 100\ m^3 = 1000000\ m^3$$

$$1\ km^3 = 1000 \times 1000 \times 1000\ m^3 = 1000000000\ m^3$$

Medidas de Volume. O cálculo de volumes exige o conhecimento das unidades de medida. O metro cúbico é a unidade fundamental e é um cubo cuja aresta mede 1m.

Os Submúltiplos do metro cúbico

$$1\ dm^3 = 0,1 \times 0,1 \times 0,1\ m^3 = 0,001\ m^3$$

$$1\ cm^3 = 0,01 \times 0,01 \times 0,01\ m^3 = 0,000001\ m^3$$

$$1\ mm^3 = 0,001 \times 0,001 \times 0,001\ m^3 = 0,000000001\ m^3$$

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
										4	5	3	9	2						

$$45{,}392\ m^3 = 45\ m^3 \text{ e } 392\ dm^3$$

1. Complete

a) $4{,}374\ km^3 = 3\ km^3$ e .... hm^3

b) $3{,}28_\ hm^3$ = ... hm^3 e .... dam^3

c) $6{,}283\,149\ dam^3$ = ... e ....

d) $14{,}0803__\ m^3$ = ..., ... e ....

e) $0{,}01324_\ dm^3$ = ... e ....

2. Represente

a) $8\ km^3$ e $19\ hm^3 = 8{,}019\ km^3$

b) $6\ hm^3$, $320\ hm^3$ e $25\ dam^3$ = ... hm^3

c) $3\ dam^3$, $2\ m^3$ e $190\ dm^3$ = ... dam^3

d) $1\ m^3$ e $20\ dm^3$ = ... m^3

e) $1\ m^3$ e $20\ cm^3$ = ... m^3

$0{,}45_\ dam^3 = 450\ m^3$

$0{,}0294__\ hm^3 = 29400\ m^3$

$0{,}000754___\ km^3 = 754000\ m^3$

$15942\ m^3 = 15{,}94\ dam^3$

$792540\ m^3 = 0{,}792540\ hm^3$

$__3622459\ m^3 = 0{,}003622459\ km^3$

1. Complete

a) $4854{,}3\ dam^3$ = ... m^3

b) $0{,}0329\ hm^3$ = ... m^3

c) $0{,}0892\ km^3$ = ... m^3

d) $1918\ m^3$ = ... dam^3

e) $2593\ m^3$ = ... hm^3

f) $27938\ m^3$ = ... km^3

$28___\ m^3 = 28000\ dm^3$

$0{,}5_____\ m^3 = 500000\ cm^3$

$0{,}009______\ m^3 = 9000000\ mm^3$

$420\ dm^3 = 0{,}42\ m^3$

$541800\ cm^3 = 0{,}5418\ m^3$

$___915523\ mm^3 = 0{,}000915512\ m^3$

2. Complete

a) $4{,}356\ m^3$ = ... dm^3

b) $0{,}003\ m^3$ = ... cm^3

c) $0{,}004\ m^3$ = ... mm^3

d) $9583\ dm^3$ = ... m^3

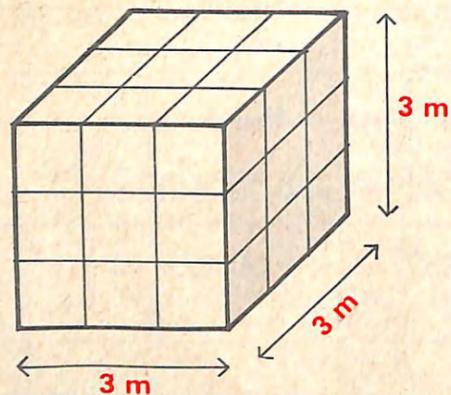
e) $38224\ cm^3$ = ... m^3

f) $9853000\ mm^3$ = ... m^3

Volumes do Cubo e do Bloco

3 m

3 m

3 m

Este cubo tem 27 cubos de 1 m^3

Volume = 27 m^3

Você pode determinar o volume: assim:

V = aresta × aresta × aresta

aresta = 3 m, então:

$V = 3 \times 3 \times 3\ m^3 = 27\ m^3$

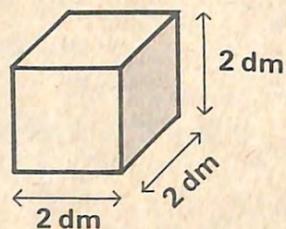
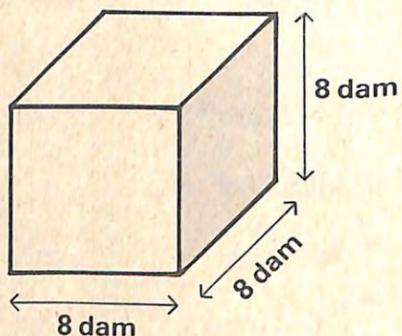
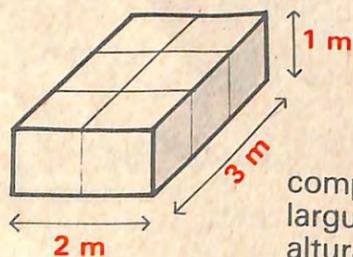
1. Determine o volume dos cubos

a) 2 dm, 2 dm, 2 dm

V = ... × .... × .... = ...

b) 8 dam, 8 dam, 8 dam

V = ... × .... × .... = ...

1 m, 3 m, 2 m

comprimento = 2 m
largura = 3 m
altura = 1 m

Este bloco tem 6 cubos de 1 m^3.

Volume = 6 m^3

Você pode calculá-lo:

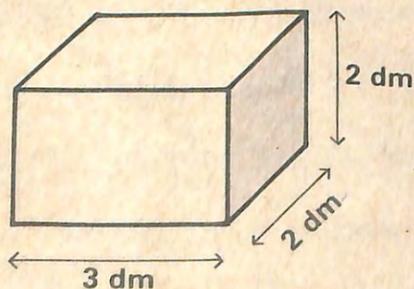
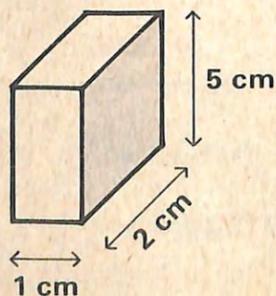
V = comprimento × largura × altura

Então: $V = 2 \times 3 \times 1\ m^3 = 6\ m^3$

2. Determine o volume dos blocos

a) 2 dm, 2 dm, 3 dm

V = ... × .... × .... = ...

b) 5 cm, 2 cm, 1 cm

V = ... × .... × .... = ...

Volumes do cubo e do bloco. Modernamente pode-se substituir o nome paralelepípedo por bloco, ou usá-los indistintamente.

1 l

1 dm^3

1000 l

1 m^3

1 litro ocupa **1 dm^3** de volume

1000 litros ocupam **1 m^3** de volume

1. Faça a redução de m^3 a l

$2{,}3\ m^3 = 2{,}3 \times 1000\ l = 2300\ l$

15,26 m^3 = ... = ... l

19,126 m^3 = ... = ... l

0,3 m^3 = ... = ... l

6 m^3 = ... = ... l

2. Faça a redução de l a m^3

$15\ l = 15 : 1000 = 0{,}015\ m^3$

0,2 l = ... = ... m^3

263 l = ... = ... m^3

1423 l = ... = ... m^3

25000 l = ... = ... m^3

3. Resolva os problemas no seu caderno

1. Uma piscina tem 5 metros de largura, 1 m de profundidade e 6 m de comprimento. Qual o volume de água, em litros, necessário para encher a piscina?

2. O tanque da minha casa é um cubo de 1 m de arestas.
   a) Qual a capacidade deste tanque?
   b) Quantos baldes cheios de água de 20 litros cada são necessários para encher o tanque?

3. Um reservatório de água mede 15 m de largura, 10 de altura e 5 de comprimento. a) Qual sua capacidade, em litros? b) Para quantas casas por dia ele pode fornecer água, se cada casa consome em média 150 litros de água por dia?

GLOSSÁRIO

1 — **Cardinal de um Conjunto:** o número que se associa — mediante certa lei — a um conjunto enumerável.

2 — **Conjunto dos Naturais:** aquele determinado por { 0, 1, 2, 3, ..., n, ... }

3 — **Correspondência biunívoca:** aquela que existe entre dois conjuntos A e B, de modo que a cada elemento de A corresponde um único elemento em B e cada elemento de B é correspondente de um único elemento de A.

4 — **Equivalência Lógica:** Relação entre duas proposições afirmativas que possuem a mesma tabela verdade numa lógica bivalente. Na prática

A $\Leftrightarrow$ B indica

que a proposição A pode sempre ser substituída pela proposição B e vice-versa.

5 — **Numeral de um Número:** o símbolo ou o conjunto de símbolos que representam a idéia de número.

6 — **Paralelogramos:** quadriláteros que têm os lados opostos paralelos.

7 — **Quadrado:** Retângulo que tem os lados congruentes ou paralelogramo que tem os ângulos retos e os lados de mesma medida.

8 — **Retângulo:** Paralelogramo que tem os ângulos congruentes e retos.

9 — **Segmentos Congruentes:** Segmentos de mesma medida.

10 — **Trapézios:** quadriláteros que têm dois lados paralelos e dois não paralelos.

BIBLIOGRAFIA PARA O PROFESSOR

1 — Aebli, Hans, **Prática de Ensino.** Rio de Janeiro, Vozes, 1970, 287 págs.

2 — Becker, Hans O., **O Pensamento Matemático.** São Paulo, Herder, 1965, 189 págs.

3 — Bloom, Benjamin **et alii, Taxionomia de Objetivos Educacionais.** Porto Alegre, Globo, 1972, 179 págs.

4 — Caraça, Bento de Jesus, **Os Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1957.

5 — Costa, M. Amoroso, **As Idéias Fundamentais da Matemática.** São Paulo, Ed. Grijalbo Ltda., 1921, 330 págs.

6 — Davis, David A., **The Teaching of Mathematics.** Reading, Massachussetts, Addison-Wesley Publishing Co., 1960, 415 págs.

7 — Dienes, Z.P., **Aprendizado Moderno da Matemática.** 2ª ed. Rio de Janeiro, Zahar Editores 1974, 191 págs.

8 — Hadamard, Jacques, **Psicologia de la Invención en el campo matemático.** Buenos Aires — México, Espasa-Calpe, 1947, 234 págs.

9 — Mager, Roberto F., **Como Definir Objetivos Educacionais.**

10 — Piaget, Jean **et alii, La enseñanza de las matemáticas,** 2ª ed. Madri, Aguilar, 1965.

11 — Puig Adam, Pedro, **La matemática y su enseñanza actual.** Madri, Revista de Enseñanza Média, 1960, 465 págs.

12 — Vera, Francisco, **Breve historia de la matemática,** 2ª ed. Buenos Aires, Losada, 1961, 158 págs.

13 — Di Pierro Netto, Scipione, **Matemática — Um Processo de Auto Instrução** — 1ª Edição — São Paulo — Ed. Saraiva, 1975.